فهرست مطالب

فصل اول

کلیات تحقیق

چکیده

در مدلهای موجودی معمولا فرض بر این است که فاصله زمانی بین تقاضاها دارای توزیع یکنواخت مستقل است، که این فرض با واقعیت تطابق ندارد. در این تحقیق ما به بررسی یک مدل مرور دائم[1] *(s,S)* برای کالاهایی با طول عمر رندوم نمایی و فرآیند تجدید مارکوفی[2] میپردازیم. با تشکیل معادلات تجدید تقاضای مارکوفی، میانگین و واریانس دوره زمانی تجدید تقاضا را محاسبه میکنیم و به یک عبارت ساده برای نرخ هزینه مورد انتظار بلند مدت می رسیم. مثال عددی رفتار سیستم را نشان میدهد و چشم انداز مدیریتی برای کنترل چنین سیستم موجودی را ارائه میدهد.(Lian, Liu, & Zhao, 2009)

معرفی

در این تحقیق ما به بررسی یک مدل مرور دائم برای کالاهایی با طول عمر رندم نمایی و فرآیند تجدید تقاضای مارکوفی میپردازیم که در آنها زمان بین تقاضا[3] بطور یکنواخت توزیع شده است. فسادپذیری یک پدیده شایع در بسیاری از کسب و کارهاست. بعنوان مثال در سوپر مارکتها، غذای تازه قبل از رسیدن به دست مصرف کننده ممکن است فاسد شود. محصولات الکترونیکی در حالیکه هنوز در انبار هستند ممکن است از رده خارج شوند. محصولات مد ممکن است با پایان فصل از رده خارج شوند. این کالاهای فساد پذیر بخش اعظمی از موجودی ها را در بر میگیرند، و در مقابل سیاستهای سفارش دهی که طبق مدلهای مرسوم موجودی تعیین میشوند مناسب نیستند. بنابراین لازم است یک مدل موجودی فسادپذیر مشخص بسازیم که بتوانیم سیاست های سفارش دهی بهینه را بررسی کنیم. (Lian, Liu, & Zhao, 2009)

[1] Continuous Review
[2] Markovian Renewal Process
[3] Inter-demand Time

فصل دوم

مرور ادبیات

فصل دوم: مرور ادبیات

در ادبیات موجودی ها، انواع موجودی از منظر طول عمر و ارزش به سه دسته زیر تقسیم میشوند:

۱- موجودی فسادپذیر[1]

۲- موجودی عادی

۳- موجودی بهبود پذیر[2]

مطالعات بسیار قدیمی تر طول عمر و ارزش موجودی را ثابت و بدون تغییر با گذشت زمان فرض میکردند. در مطالعات دهه ۶۰ به بعد کالاهای فساد پذیر توجه محققین را به خود جلب کرد و مدلهای زیادی در رابطه با این نوع موجودی ارائه گردید (Arivarignan, 1988 & Kalpakam). این قسم تحقیقات تا دوره های حاضر نیز ادامه پیدا کرده و فاکتورهای متعددی از موجودی های فساد پذیر مورد بررسی قرار گرفته است. اما تحقیق در زمینه کالاهای بهبود پذیر بسیار محدودتر و تنها در قالب چند تحقیق مشخص صورت گرفته است. شاید دلیل اصلی آن مصداق کمتر کالاهای بهبود پذیر در بازار بوده باشد که با توجه به حجم کاربردی آن در مبحث موجودی ها توجه کمتری را به خود جلب کرده است.

در مرور ادبیات این تحقیق ابتدا به بررسی تحقیقات پیرامون موجودی های فساد پذیر میپردازیم. زیرا مدلها، روش ها و پارامترهای اساسی مورد بررسی در مورد آنها میتواند راهنمایی برای تحقیق ما در راستای موجودی های بهبود پذیر باشد. سپس به بررسی نمونه های تحقیق شده در زمینه موجودی های بهبود پذیر میپردازیم تا مسائل بررسی شده در خصوص این نوع موجودی را مرور کنیم.

[1] Deteriorating, Obsolescence, Perishable, Decaying
[2] Ameliorating

۲،۱. موجودی های فسادپذیر

برای موجودی فساد پذیر چند اصطلاح مختلف در ادبیات موضوع عنوان شده است. این اصطلاحات به نوعی بیان کننده دسته بندی انواع موجودی نیز هستند.

اصطلاح *Obsolescence* در مواردی به کار برده می شود که کالا در طول زمان ارزش خود را به دلیل سرعت بالای تغییرات تکنولوژیک یا معرفی یک محصول جدید توسط رقیب از دست می دهد. محصولات وابسته به سبک باید با عوض شدن فصلشان به سرعت کاهش قیمت پیدا کنند، در غیر این صورت از رده خارج می شوند. به عنوان مثال قطعات یدکی هواپیماهای ارتشی از این قسم کالاها هستند و با پیدایش یک مدل جدید از رده خارج خواهند شد. اصطلاح *Deterioration* مربوط به آسیب، فساد، خشک شدن، تبخیر شدن و... محصول می شود.

محصولاتی مانند مواد غذایی، سبزیجات سبز، فرآورده های خونی انسانی، فیلم نگاتیو عکس برداری و... که یک طول عمر مفید دارند *Perishable Products* نامیده می شوند. و محصولاتی مانند الکل، گازوییل، محصولات رادیواکتیو و... که برای همیشه عمر مفید ندارند *Decaying Products* نامیده می شوند. (Goyal & Giri, 2001)

در زمینه کالاهای *Obsolescence* تحقیقات زیادی انجام نگرفته. یکی از دلایل عمده این است که کالایی با این ویژگی زمانی که از رده خارج شود دیگر سفارش داده نخواهد شد. یکی از این مطالعات (Cobbaert & Oudheusden, 1996) است. در مدل های آنها انواع مختلف ریسک از رده خارج شدن با وجود یا عدم وجود کمبود موجودی ها مطالعه شده. هزینه مربوط به ریسک از رده خارج شدن در مدل (Van Beek, Bremer, & Van Putter, 1985) ارائه شده است.

تحقیقات در زمینه کالاهای *Deteriorating* به طور گسترده توسط محققین زیادی در زمان های مختلف بررسی شده است. آغاز مطالعه در این زمینه توسط (Whitin, 1957) انجام گرفت. مثال او از این نوع کالا، کالاهای مربوط به مد بود.

از آنجا که تقاضا نقش اساسی در مدل سازی موجودی های فسادپذیر ایفا می کند، محققین انواع مختلف زیر را برای تقاضا مورد بررسی قرار داده اند:

۱. تقاضای قطعی[1]
   i. تقاضای یکنواخت
   ii. تقاضای وابسته به ذخیره[2]
   iii. تقاضای متغیر با زمان[3]
   iv. تقاضای وابسته به قیمت[4]

۲. تقاضای تصادفی[5]
   i. با تابع توزیع احتمال مشخص
   ii. با تابع توزیع احتمال تصادفی

در توسعه مدل ها انواع فرض های مربوط به موجودی را مورد بررسی قرار داده اند.

۱. وجود کمبود[6] یا عدم وجود کمبود موجودی

۲. نرخ محدود/ نامحدود بازیابی انبار[7]

۳. افق برنامه ریزی محدود/ نامحدود

[1] Deterministic Demand
[2] Stock Dependent
[3] Time Varying
[4] Price Dependent
[5] Stochastic Demand
[6] Shortage
[7] Replenishment Rate

۴. بخشی/ کامل/ بدون انباشت[1] تقاضای نامطلوب

۵. نرخ فساد پذیری ثابت/متغیر

۶. توزیع زمان تحویل[2] صفر/ ثابت/ با توزیع مشخص/ با توزیع نامشخص

۷. سیستم موجودی تک/ چند محصولی

۸. سیستم موجودی تولید تک/ چند محصولی

و....

محققین همچنین تعدادی مدل موجودی برای کالاهای فسادپذیر با هدف ترکیب سایر شرایط و محدودیت های واقعی را توسعه داده اند. با توجه به این تقسیم بندی گروههای زیر را داریم:

۱. مدل های با مجوز تاخیر در پرداخت

۲. مدلهایی با افزایش قیمت اعلام شده

۳. مدلهایی مقدار قابل قبول تخفیف

۴. مدل های تحت تورم یا تغییر ارزش زمانی پول

۵. مدل هایی با امکان ذخیره دو سطحی

(Nahmias S. , 1982) تعریف می کند، در مدلهای کلاسیک بررسی کالاهای فسادپذیر، دو نوع طول عمر برای خود کالا در نظر گرفته شده است. طول عمر ثابت و طول عمر رندوم. منظور از طول عمر ثابت، طی کردن یک دوره زمانی مشخص یا مدت زمان مشخص، مستقل از تمام پارامترهای سیستم است. مسئله ای که به شدت با سیاست سفارش دهی برای کالاهای فسادپذیر در ارتباط است، انتخاب سیاست مناسب صدور کالا[3] از انبار است. مسئله صدور که اساسا توسط (Derman & Klein, 1958) فرموله شد، به بررسی تعیین یک ترتیب بهینه برای برداشت

[1] Backlogging
[2] Lead Time
[3] Issuing Policy

کالا از انبار ذخیره از تعدادی متناهی از کالاهای با سن های متفاوت میپردازد. فرض بر این است که کالایی که در سن *s* صادر شده، دارای میدان عمر[۱] *L(S)* است. که L تابعی شناخته شده است. یک کالا تنها در صورتی صادر میشود که صدور کالای قبلی به اتمام رسیده باشد. بنابراین کل میدان عمر انبار ذخیره به توالی خروج کالاها از انبار ذخیره بستگی خواهد داشت. رویکرد کلی در نظر گرفتن محدودیتهایی برای *L* بود تا مشخص شود روش *FIFO*[۲] بهینه خواهد بود یا *LIFO*[۳].

۲،۱،۱. فساد پذیری[۴] با طول عمر ثابت[۵]

طول عمر قطعی از پیش تعیین شده. مانند: دو روز یا یک فصل

مدلهایی که در آنها طول عمر کالای فسادپذیر وابسته به زمان و موجودی (نه سن) هستند نیز در این دسته قرار میگیرند.

فرض طول عمر ثابت میگوید کالاها باید تنها تا زمان ثابت مشخصی که تقاضا را تامین میکنند در انبار نگهداری شوند و بعد از آن دور انداخته شوند. فرض این مدل بر این است که تمام کالاهایی که منقضی نشده اند کاربرد یکسان دارند.

[1] Field Life
[2] First In First Out (Oldest Units First)
[3] Last In First Out (Newest Units First)
[4] Perishability
[5] Fixed Lifetime

۲،۱،۱،۱. فساد پذیری در حالتی که تقاضا قطعی باشد

ویژگی عمومی مدل های موجودی فسادپذیر قطعی این است که در شرایط عمومی عادی یک سیاست بهینه همیشه به گونه ای سفارش میدهد که کالاها هرگز فاسد نشوند. (Veinott, 1960) مرور دوره ای[1] و تقاضای شناخته شده را در مطالعه خود اعمال کرد. او سه شکل مختلف مسئله را بررسی کرد: ۱) تعیین یک سیاست بهینه سفارش دهی زمانی که سیاست از رده خارج کردن (کاهش ذخیره انبار بدون برآورده کردن تقاضا) و صادر کردن معلوم باشد. ۲) تعیین سیاست های بهینه سفارش دهی و از رده خارج کردن زمانی که سیاست صادر کردن معلوم باشد. ۳) تعیین سیاست های بهینه صادر کردن و از رده خارج کردن زمانی که سیاست سفارش دهی معلوم باشد. برای مسئله نوع ۱ نشان داد زمانی که میدان عمر با در نظر گرفتن سن کالاهای صادر شده غیر صعودی باشد و سیاست صدور ***FIFO*** اعمال شده باشد، یک سیاست بهینه مقدار صدور را در یک دوره زمانی برابر با مقدار تقاضا در نظر میگیرد.

۱،۲،۱،۱،۱. فساد پذیری در حالتی که تقاضا قطعی با توزیع یکنواخت باشد

در تحقیق (Chung & Lin, 2001) رویکرد جریان نقدی تخفیف[2] ***(DCF)*** برای بررسی مسئله باز سازی انبار موجودی برای اقلام فساد پذیر با در نظر گرفتن ارزش زمانی پول در یک افق زمانی ثابت به کار برده شده است. این مسئله برای هر دو حالت وجود سفارش معوق و نبود آن بررسی شده و نشان داده شده که مجموع هزینه متغیر محدب است.

[1] Periodic Review
[2] Discount Cash Flow

در مقاله (Gupta, Sundararghavan, & Ahmed, 2003) در رابطه با یافتن مقدار اقتصادی سفارش و تعداد سفارش و زمان سفارش برای چهار نوع مسئله مختلف می باشد. مسئله اول یک کالای فساد پذیر در افق زمانی محدود مانند درخت کریسمس یا کالای بازار مد را فرض می کند که ارزش آن در طول زمان داده شده کاهش می یابد. با فرض تقاضای ثابت، راه حل این نوع مسئله با لحاظ کردن هزینه فساد در هزینه های نگهداری بدست می آید. مسئله نوع دوم همان فرض های مسئله اول را دارد، به جز این که تقاضا با پیشروی در زمان افزایش می یابد. مسئله سوم، نسخه محدود شده همان مسئله دوم است که تعداد محدودی تقاضای قابل شمارش را در افق زمانی مجاز می داند. مسئله چهارم هزینه سفارش دهی را با گذشت زمان افزایش می دهد. تمام فرمول های استخراج شده به راحتی می توانند برای بدست آوردن پاسخ های عددی مورد استفاده قرار گیرند. پاسخ ها باید به گونه ای تنظیم شوند که اندازه مخزن، مقدار کمینه سفارش، و تمام محدودیتهای دیگر را بازگو نمایند یا پاسخگوی هر نوع تغییر در مفروضات مسئله باشند.

(Zanoni & Zavanella, 2007) یک مسئله بارگیری[1] برای مجموعه ای از محصولات از یک مبدا (فروشنده) به یک مقصد (خریدار) با هدف کمینه سازی مجموع هزینه های موجودی و حمل و نقل، زمانی که مجموعه تناوبهای بارگیری معلوم باشد و محصولات فسادپذیر فرض شوند را در نظر گرفتند. آنها یک مدل برنامه ریزی آمیخته عدد صحیح برای مسئله ساختند

[1] Shipping Problem

برای حل آن یک نسخه اصلاح شده از الگوریتم های شناخته شده ابتکاری را ارائه کردند.

۲،۱،۱،۱،۲. *فساد پذیری در حالتی که تقاضا قطعی و وابسته به موجودی باشد*

یک پدیده آشنا که در سوپرمارکتها دیده می شود این است که پشته بزرگ محصول معمولا توجه مشتری را بسیار به خود جلب می کند. پس عرضه محصول به این صورت می تواند برای فروشنده نیز جذاب باشد. اما این روش مسائلی مانند تخصیص فضا برای هر نوع کالا و سرمایه مورد نیاز را نیز به دنبال دارد. موضوع زمانی پیچیده تر می شود که طبیعت کالای عرضه شده فساد پذیر نیز باشد. همین پیچیدگی توجه بسیاری از محققین را به خود جلب کرده است. از جمله تحقیقات: (Datta & Pal, 1990) ، (Giri & Chaudhuri, 1998) ، (Giri, Goswami, & Chaudhuri, 1996) (Padmanabhan & Vrat, 1995) مدل های موجودی برای اقلام فسادپذیر با نرخ فروش وابسته به موجودی ارائه کرد و توابع سود را برای هر دو حالت بدون سفارش انجام نشده و با سفارش انجام نشده محاسبه کرد. آنها نرخ سود را تابعی از سطح موجودی فعلی فرض کردند و فساد را با نرخ ثابت.

در تعیین سیاست بهینه برای باز پرسازی انبار برای یک سیستم موجودی، بسیاری از تحقیقات از روش نیوتن برای بدست آوردن تابع مجموع هزینه ها جهت یافتن راه حل بهینه استفاده کرده اند. اما در مقاله (Chu & Chen, 2002) مسیری معکوس طی شده است. یعنی ابتدا نشان داده شده که

هزینه حمل کالا رابطه نسبی با هزینه فاسد شدن اقلام دارد، سپس یک راه حل تخمینی برای حل آن ارائه شده است. فرمول بدست آمده به اندازه کافی دقیق هست که بتواند به عنوان یک راه حل بهینه مطرح شود. تحلیل حساسیت پایداری راه حل را اثبات می کند. و نمونه عددی کارکرد عملی آن را نشان می دهد.

در یک تحقیق قدیمی تر مسئله بازپر سازی انبار برای موجودی با وابستگی نرخ تقاضا به سطح موجودی فعلی و با طول عمر ثابت مورد بررسی قرار گرفته بود. در آن تحقیق یک مدل *EQQ* با در نظر گرفتن شرایط سیاست صدور *FIFO* ارائه شده بود. در مقاله (Zhou & Yang, 2003) ابتدا همان مدل با فرض سیاست *LIFO* که در عمل بسیار کاربردی تر است لحاظ شده و یک مدل موجودی ساخته شده است. سپس تقعر تابع هدف اثبات شده است. بعد از آن شرایطی معرفی شده است که تحت آنها این مسئله راه حل بهینه یکتا دارد. و راه حل بهینه جهانی آن پیدا شده است و با تحلیل حساسیت پایداری آن اثبات شده است.

۳،۱،۱،۲. فساد پذیری در حالتی که تقاضا قطعی و متغیر با زمان باشد

(Haiping & Wang, 1990) یک مدل سیاست اقتصادی برای اقلام فساد پذیر با تقاضای کسری از زمان[1] را توسعه دادند و به یک راه حل بسته برای مقدار سفارش بهینه دست یافتند.

(Xu & Wang, 1991) مدل موجودی برای اقلامی که به صورت نمایی فاسد می شوند نشان دادند که تقاضا در آن به صورت خطی متغیر با زمان

[1] Time Proportional Deman

است. آنها به وسیله روش برنامه پویای بازگشتی مشابه الگوریتم Wagner-Whitin به یک سیاست بهینه بازپر سازی انبار دست یافتند.

(Goswami & Chaudhuri, 1991) مسئله بازپر سازی انبار را برای حالتی که افق برنامه ریزی ثابت باشد و کالای مورد نظر با نرخ ثابتی فاسد شود و تقاضا روند خطی داشته باشد و کمبود در موجودی مجاز باشد مد نظر قرار دادند. آنها چرخه های بازپر سازی انبار را برابر فرض کردند.

(Giri & Chaudhuri, 1999) مدل قبلی را توسعه دادند، به این صورت که نرخ تقاضا، نرخ فساد و اجزای هزینه ها، متغیر با زمان فرض می شود.

فرض نمایی منفی برای تقاضا برای موجودی های فسادپذیر اولین بار توسط (Hollier & Mak, 1983) مطرح شد. او سیاست بهینه را تحت هر دو شرایط فواصل زمانی بازپر سازی انبار ثابت و متغیر بدست آورد. سپس (Hariga & Benkherouf, 1994) همان مدل قبلی را به حالت که بازارهای نمایی افزایشی و کاهشی تعمیم دادند. (Wee, 1995) یک مدل با حجم تولید[1] قطعی را برای بدست آوردن سطح خدمت بهینه و تناوب بازپر سازی انبار برای اقلام فسادپذیر در نظر گرفتند که تقاضا نمایی نزولی بود و افق زمانی ثابت. بازه های برنامه ریزی طول مساوی داشتند و کمبود در موجودی به جز برای تناوبهای اول و آخر موجودی مجاز بود.

(Benkherouf & Mahmoud, 1992) اولین گزارشی بود که از مدل موجودی کالاهای فسادپذیر با الگوی تقاضای عمومی صعودی متغیر با زمان ارائه شد. پس از آن (Benkherouf, 1995) و (Benkherouf & Mahmoud, 1996) مدل دیگری از دو محصول را توسعه دادند که برای

[1] Lot Size

کلاس تقاضای با تابع *D(t)* . این تابع *D(t)* با نرخ *D(t)/D'(t)* نزولی می باشد وقتی که *t* غیرصعودی است، و با نرخ *D(t)/D'(t)* صعودی می باشد وقتی که *t* غیرنزولی است.

(Teng, Chern, Yang, & Wang, 1999) چهار سیاست ممکن بازپر سازی انبار را برای کالاهای فسادپذیر در یک افق برنامه ریزی ثابت در نظر گرفتند. تابع تقاضا مثبت است و با گذشت زمان دچار نوسانات می شود که بسیار کلی تر از صعودی، نزولی و لگاریتمی مقعر[1] می باشد. آنها به طور تحلیلی بهترین امکان از بین آنها را بر اساس حداقل هزینه مربوطه نشان دادند. همچنین نشان دادند که آن هزینه مربوطه یک تابع محدب از تعداد بازپر سازی های انبار است.

(Goyal & Gunasekaran, 1995) یک مدل بازاریابی موجودی تولید ادغامی را برای تعیین مقدار اقتصادی تولید *(EPQ)* و مقدار اقتصادی سفارش *(EOQ)* برای مواد اولیه در یک سیستم چند مرحله ای تولید توسعه داد. در مقاله آنها، اثر سیاست های مختلف بازاریابی مانند قیمت هر واحد تولید شده و تناوب تبلیغات بر تقاضا نیز برای کالای فسادپذیر لحاظ شده بود.

(Bulki, 1999) یک مدل موجودی برای سیستم تولید ادغامی تک محصول ارائه داد و توانست بهینگی جهانی[2] راه حل را در مورد مدل مطرح شده اثبات کند. او نرخ های تولید، تقاضا و فساد را برای تولید نهایی نرخ فساد را برای مواد خام برحسب تابعی شناخته شده از زمان بدست آورد.

---

[1] Log-Concave

[2] Global Optimality

(Andijani & Al-Dajani, 1998) یک سیستم تولید-موجودی را معرفی کردند که در آن اقلام با نرخ ثابت فاسد می شوند. مسئله موجودی ابتدا به صورت یک مسئله کنترل بهینه خطی با تابع تقاضای عمومی مدل شد. سپس از تکنیک تنظیم کننده خطی درجه دو[1] برای کنترل مسئله استفاده شد تا سیاست بهینه تولید تعیین شود. مثالهای عددی برای سه نوع مختلف تابع تقاضا (ثابت، خطی و درجه دو) استفاده شد.

در مقاله (Chung & Tsai, 2001) یک مدل موجودی برای اقلام فساد پذیر بررسی شده است. تقاضا رفتار خطی دارد و کمبود موجودی ها در افق برنامه ریزی محدود وجود دارند. ارزش پول نیز در طول زمان تغییر می کند. برای تعیین فاصله بهینه ای که در آن موجودی مثبت است، از یک الگوریتم ساده با روش جستجوی خطی استفاده شده است. مثال عددی نیز برای توضیح الگوریتم حل مطرح شده. تحلیل حساسیت برای بررسی اثر تغییرات در پارامترهای سیستم نیز انجام شده است.

سیاست سفارش دهی برای فروشنده و خریدار تابعی از نرخ فساد، تاریخ انقضای محصول، زمان تحویل غیر قطعی تامین کننده، وجود محدودیتهای اساسی و همچنین الگوی تقاضای فصلی فروشنده است. در تحقیق (Hsu, Wee, & Teng, 2007) یک مدل موجودی فساد پذیر با بازپر سازی انبار توسعه یافته و یک الگوریتم برای استخراج دوره بازپر سازی انبار بهینه برای فروشنده، تناوب کمبود موجودی، مقدار سفارش و هزینه مدیریت تامین کننده محاسبه شده است. سیاست سفارش دهی بهینه برای زنجیره فروشنده-خریدار زمانی که زمان تحویل تامین کننده غیر قطعی باشد و

[1] Linear Quadratic Regulator (LQR)

تقاضای فروشنده فصلی با تاریخ انقضا باشد تعیین شده است. این تحقیق نشان می دهد، سود فروشنده به شدت تحت تاثیر زمان تحویل تامین کننده است. لذا یک مکانیز جبران سازی برای جلب همکاری در زنجیره تامین باید لحاظ شود. تحلیل حساسیت نشان می دهد سود بر واحد زمان فروشنده وابسته به پارامترهای: تاریخ انقضای محصول، هزینه نگهداری فروشنده در واحد زمان، نرخ فساد موجودی در دست می باشد.

(Wang, 2002) کمبود موجودی و سفارش معوق را نسبی در نظر گرفتند. آنها استدلال کردند هر چه زمان انتظار برای بازپر سازی بعدی انبار بیشتر باشد، نرخ سفارش معوق کمتر خواهد بود. همچنین برای فروش از دست رفته برای مشتریانی که نمی خواهند در مقابل کمبود موجودی ها صبر کنند هزینه شانس داریم. بدون در نظر گرفتن این دو مفروض حقیقی، مطالعه در مورد موجودی فسادپذیر با کمبود موجودی و سفارش معوق نسبی نمی تواند کامل و جامع باشد. در این مقاله یک نرخ سفارش معوق نسبی وابسته به زمان مناسب تعریف شده است. و هزینه شانس هم برای فروش از دست رفته لحاظ شده است. نشان داده شد که مجموع هزینه بهینه زمانی که مقادیر هزینه شانس و سفارش معوق افزایش می یابند، افزایش می یابد. همچنین هزینه مجموع حساسیت بیشتری به پارامتر سفارش معوق دارد تا هزینه شانس.

۲،۱،۱،۱،۴. *فساد پذیری در حالتی که تقاضا قطعی و وابسته به قیمت باشد*

در واقعیت، حجم موجودی فروشنده وابسته به تقاضا و تقاضا وابسته به قیمت محصول است. پس مسئله تعیین قیمت فروش و حجم موجودی کاملا به هم وابسته هستند. از این دست مدلهای ادغامی می توان به (Kim, Hwang, & Shinn, 1995) اشاره کرد.

(Abad, 1996) یک مسئله قیمت گذاری و حجم موجودی پویا برای کالای فساد پذیر تحت شرایط وجود سفارش انجام نشده را در نظر گرفت. او برای مدل کردن پدیده سفارش معوق از یک رویکرد جدید استفاده کرد که در آن مشتریان بی طاقت فرض می شدند. زمانی که شرایط تمام شدن موجودی پیش بیاید، تنها کسری از تقاضا که در زمان مشخص اتفاق افتاده معوق خواهد شد. و این کسر یک تابع نزولی از زمان انتظار است. این رویکرد بر مبنای درآمد است و نیازی به تعیین هزینه سفارش معوق یا هزینه سفارش از دست رفته که برای تخمین زدن بسیار سخت است ندارد.

در تحقیق (Mukhopadhyay & Mukherjee, 2004) نرخ فساد نسبت به زمان نسبی است و یک فرم توانی از وابستگی به قیمت دارد.

۲،۱،۱،۲. **فساد پذیری در حالتی که تقاضا غیرقطعی باشد**

۲،۱،۱،۲،۱. *فساد پذیری در حالتی که تقاضا غیرقطعی با تابع توزیع شناخته شده باشد*

مسئله ای که در آن تحویل بلافاصله با احتمال *P* فاسد شود و یا بعد از یک دوره با احتمال *(1-P)* فاسد شود توسط (Bulinskaya, 1964) مورد

بررسی قرار گرفته است. تحلیل این مسئله دقیقا توسعه مستقیم مسئله پسر روزنامه فروش است. زمانی که تقاضا رندوم است و طول عمر محصول بیشتر از یک دوره زمانی است، تعیین سیاست سفارش دهی بهینه مشکل است. در این حالت، بردار حالت باید شامل سطح ذخیره موجودی در هر سن ممکن باشد.

نخستین تحلیل برای سیاست بهینه برای کالای فساد پذیر با طول عمر ثابت مربوط به (Van Zyl, 1964) می باشد. او حالتی را در نظر گرفت که طول عمر محصول دقیقا ۲ تناوب زمانی باشد. هزینه سفارش دهی و کمبود موجودی تناسبی است. همچنین فروش از دست رفته را در نظر گرفت. افق مسئله نیز در دو حالت محدود و نامحدود بررسی شد. او نشان داد که سیاست بهینه سفارش دهی زمانی که *n* دوره برنامه ریزی باقی مانده، که با $y_n(x)$ نشان داده میشود، یک تابع دیفرانسیلی پیوسته از متغیر حالت *x* است که $-1 \le y'_n(x) \le 0$. یعنی، اگر حالت اولیه یک کالا با عمر یک دوره یک واحد افزایش یابد، مقدار بهینه سفارش کاهش خواهد یافت، اما با مقداری کمتر از یک واحد کامل.

(Nahmias & Pierskalla, 1973) رویکرد متفاوتی را در مورد *m=2* در پیش گرفتند. فرض کنید قیمتها تنها بر اساس فساد پذیری و کمبود موجودی[1] وضع میشوند. تا زمانی که سفارش حاضر تا یک دوره در آینده فاسد نخواهد شد، تصمیم بهینه برای یک دوره هزینه کمبود موجودی مورد انتظار را کمینه خواهد کرد و بنابراین مقدار نامحدود از کالا سفارش داده خواهد شد. برای دورد زدن این مشکل، زمان فاسد شدن برای سفارش حاضر

[1] Shortage

را یک دوره در نظر میگیریم و با تابع Z نشان میدهیم. این تابع، تابعی است از سطح موجودی حاضر و تقاضا در طی دو دوره آینده. همچنین در این تحقیق سیاستهای بهینه برای نسخه چند دوره ای این مدل با در نظر گرفتن هزینه های سفارش دهی و نگهداری به کمک معادلات تابعی مناسب مورد بررسی قرار گرفته است. فرض فروش از دست رفته و پس افت کامل نیز لحاظ شده است.

زمانی که مسئله شامل هر دو هزینه سفارش دهی و نگهداری باشد، راحت تر است که فرض کنیم کالاهایی که در پایان تناوب زمانی آخر باقی می مانند، می توانند با قیمتی برابر با قیمت خرید c بازیافت شوند. و نیز تقاضای اضافی در آخرین تناوب زمانی می تواند با کالای اضطراری[1] با قیمت c برای هر واحد جبران گردد.

دو مدل برای حالتهای $m \geq 2$ به طور هم زمان و مستقل توسط (Fries, 1975) و (Nahmias S. , 1975) انجام گرفت. در حقیقت، رویکرد تحلیلی مشابه حالت $m=2$ است، اما بدلیل دارا بودن متغیرهای حالت چند بعدی و نوع تابع هدف مربوطه، دارای پیچیدگی ریاضی بیشتری است. روش (Fries, 1975) برای محاسبه یک سیاست بهینه بسیار موثر است. زمانی که تقاضا دارای توزیع ارلانگ[2] باشد، هر دو روش برابر هستند. با توجه به چند بعدی بودن متغیرهای حالت، زمان محاسبه برای هر دو مدل برای حالت $m \geq 3$ طولانی است و عملا محاسبه سیاست بهینه را غیرممکن میسازد.

[1] Emergency Shipment
[2] Erlang Distribution

زمانی که برای سفارش هزینه راه اندازی هم داشته باشیم، سیاستهای بهینه سازی به شدت پیچیده میشوند. (Nahmias S. , 1978) مدل عمومی بالا را به حالتی که هزینه راه اندازی برای سفارش دهی مثبت شود توسعه داد و ساختار حل مسئله برای مدل تک دوره تناوبی ارائه داد. سیاست بهینه به کمک دو تابع غیرخطی از بردار حالت x مشخص می شود که مقدار بهینه سفارش و ناحیه مثبت سفارش دهی را مشخص می کند.

(Weiss, 1980) سیاست های بهینه را برای موجودی فسادپذیر در حالتی محاسبه کرد که سطح موجودی به طور دائم مرور[1] می شود. تقاضا از فرآیند پواسن تبعیت می کند و زمان تحویل سفارش صفر است. این مدل، تعمیم یافته مدل (Civazlian, 1974) به حالت کالا با طول عمر ثابت است. هدف تعیین سیاست بهینه ای است که دامنه نامحدود هزینه راه اندازی، سفارش دهی، نگهداری و فاسد شدن مورد انتظار را در واحد زمان کمینه سازد.

(Weiss, 1980) ثابت کرد که یک سیاست بهینه تنها در صورتی به دست می آید که سطح موجودی صفر باشد. این نتیجه نشان می دهد که هیچ نیازی نیست که درباره توزیع عمر موجودی نگرانی داشته باشیم. زیرا موجودی جدید به انبار اضافه نمی شود مگر آنکه موجودی قبلی تحویل داده شده یا فاسد شود. با فرض پواسن، دوره های پی در پی (فاصله زمانی بین سفارش ها) مستقل هستند. روش مرسوم که برای احیای فرآیند ها مورد استفاده قرار می گرفت، محاسبه هزینه متوسط در بازه زمان بود که با $C(s)$ نشان داده می شد که می توانست با انتخاب مقدار سفارش S کمینه گردد.

[1] Continuous Review

او نشان داد که *C(s)–* تک مدی[1] است و S بهینه تابعی از چهار متغیر است: $\lambda K/h$ ، $\lambda\,(c-r)h$ ، $\lambda \mathrm{d}$ و $\lambda(v+r)h$. محاسبات وی نشان می داد که S برای هر چهار متغیر غیر کاهشی است. این مقاله از آن جهت حائز اهمیت است که تنها مقاله منتشر شده است که مسئله موجودی فساد پذیر با مرور دائم را بررسی می کند. اما به نظر می رسد ارزش عملی آن به دلیل فرض های هم زمان آن برای مرور دائم، تقاضای تک واحدی و زمان تحویل صفر محدود باشد. این محدودیت ها منجر می شوند به اینکه یک سیاست بهینه تنها زمانی سفارش می دهد که سطح موجودی به صفر رسیده باشد. با زمان تحویل مثبت یا تقاضای انباشته شده این سیاست به وضوح ضعیف عمل خواهد کرد.

مدلهایی که تا اینجا بررسی شدند بر این فرض ساده کننده استوار بودند که سیاست های سفارش دهی و صدور تحت کنترل تصمیم گیرنده هستند. واضح است که برای یک کالای با طول عمر ثابت، صدور نخست قدیمی ترین کالاها ***(FIFO)*** مقدار مورد انتظار فساد را کاهش می دهد. با این حال در بسیاری از سیستم های واقعی خریدار سیاست صدور را تعیین می کند و زمانی که استفاده از واحدهای کالای جدیدتر بالاتر است، سیستم صدور ***(LIFO)*** ایجاد می شود. یک مثال ساده فروش مواد غذایی است. خریدار با توجه به تاریخ تولید، کالاهای تولید شده جدید تر را انتخاب می کند.

مسئله تعیین سیاست سفارش دهی بهینه برای یک سیستم ***(LIFO)*** تحت تقاضای تصادفی توسط (Cohen & Pekelman, 1978a) مطالعه شد.

[1] Unimodal

آنها فرض کردند تقاضا مستقل و دارای تابع توزیع یکنواخت است. سطح موجودی نیز به طور متناوب مرور می گردد و تقاضای مازاد به جای معوق[۱]، از دست رفته[۲] می شود.

(Cohen & Pekelman, 1978) اثر سیستم های حسابداری *LIFO* و *FIFO* بر سیاست های کنترل موجودی آزمایش کردند. گرچه این مقاله مستقیما با خاصیت فساد پذیری ارتباط ندارد و سطح سنین مختلف موجودی برای اهداف مالیات گذاری را مورد بررسی قرار می دهد. یک نتیجه بسیار جالب این تحقیق اسن است که سیاست بهینه موجودی بهینه با سیستم ارزش گذاری های مختلف آنچنان تغییر نمی کند.

تحقیق (Cohen & Prastacos, 1978) به خصوص به اثر سیستم های *LIFO* و *FIFO* بر عملکرد سیستم و تصمیمات سفارش دهی می پردازد. تحلیل بر حالت *m=2* متمرکز است. حتی برای این نمونه، عبارت فرم بسته تابع توزیع آماری موجودی اولیه تحت سیستم *LIFO* مشکل به نظر می رسد. اما در این تحقیق آنها نشان دادند که فساد مورد انتظار در حالت پایدار زمانی که سفارش تا سطح *S* در هر تناوب زمانی و تقاضای دوره ای دارای تابع توزیع *F* با فرمول زیر باشند: (تحت سیستم *LIFO*)

$$\int_0^S F^{2^*}(u)du/[1-F(s)]$$

استفاده از این تخمین، مقادیر تقریبی بهینه *S* برای *LIFO* بدست آمده و با نتایج مشابه حاصل برای سیستم *FIFO* مقایسه گردید. اعداد بحرانی بدست

[1] Backorder
[2] Lost

آمده نسبتا نسبت به انتخاب سیاست صدور غیر حساس بودند. با وجودی که هزینه بهینه مورد انتظار برای سیستم *LIFO* به وضوح بالاتر بود.

(Nandakomar & Morton, 1993) مرزهای نزدیک[1] برای مقدار تقاضا را بدست آورد و از آنها برای ارزیابی عملکرد نتایج روش های ابتکاری استفاده کرد. در این تحقیق تقاضا i.i.d فرض شده است. رویکرد مرزهای نزدیک، اساسا، هر مسئله موجودی متناوب را در قالب یک مسئله پسر روزنامه فروش[2] در می آورد و تلاش می کند پارامترهای مختلف مسئله پسر روزنامه فروش را محدود کند. حدود بالا و پایین پارامترهای مختلف همان حدود مقادیر تقاضا هستند.

امروزه بسیاری از فروشندگان میوه و سبزی بازپر سازی انبار برای کالاهای غیر فساد پذیر را اتوماسیون کرده اند. آنها دریافتند که نیاز به منطق بازپر سازی متفاوتی برای کالاهای فسادپذیر دارند که این منطق وابسته به عواملی از جمله سن سیستم موجودی دارد. با توجه به تکنولوژی های جدید مانند *RFID* ، اکنون ثبت این نوع اطلاعات بسیار عملی و شدنی است. این مقاله (Broekmeulen & Van Donselaar, 2009) یک سیاست بازپر سازی انبار برای کالای فسادپذیر با توجه به سن موجودی ها پیشنهاد میکند که از نظر محاسبات بسیار ساده است. این تحقیق محیطی بسیار واقعی پارامترهای مهم محیط فروش را در بر دارد. استفاده از این رویکرد منجر به کاهش هزینه های قابل توجهی در مقایسه با سایر مدلها می شود.

در مسئله قیمت گذاری فرض بر این شده است که فروشنده باید قیمت را طوری برای کالاهای مختلف فسادپذیر یا محصولات فصلی تعیین کند تا در

[1] Near Myopic
[2] Newsboy Problem

زمان محدود فروخته شوند. لیست قیمت باید قبل از فروش برای خریداران بالقوه فرستاده شود و قابل چانه زنی نیست. هر کالایی که در پایان دوره فروش، فروخته نشود باید با قیمت پایین تر از رده خارج شود. در مقاله (Chun, 2003) فرض شده است تقاضا از یک توزیع دوجمله ای منفی تبعیت می کند. قیمت بهینه محصول بر اساس نرخ تقاضا، کارایی[1] خریدار و طول دوره زمانی فروش تعیین شده است. از آنجا که میانگین در آمد فروشنده با زیاد شدن اقلام فروش کم می شود، مقدار سفارش بهینه به گونه ای در نظر گرفته شده که مجموع سود مورد انتظار فروشنده بیشینه گردد. برای حالتی که فروشنده می تواند دوره زمانی فروش را به بخش های جزیی تر تقسیم کند، یک مدل چند دوره ای قیمت ارائه شده است.

شرکت هایی که تولیدات آنها به مرور زمان دچار کاهش کیفیت می شوند در معرض تصمیمات سختی برای کالاهای فروخته نشده هستند. از آنجا که درک از اقلام فروخته نشده این است که کیفیت پایین تری نسبت به کالای جدید دارند، شرکت را وادار به اتخاذ سیاست فروش ثانویه می کند. که این نیاز به تصمیم برای تعیین قیمت دارد. با انجام این کار، خود شرکت باعث ایجاد رقابت بین کالای فروخته نشده و کالای جدیدش می شود. (Ferguson & Koenigsberg, 2009) یک مدل دو دوره ای ارائه کرده که در ارتباط با تاثیر این رقابت و تصمیمات قیمت پذاری است. استراتژی بهینه شرکت را مشخص کرده است و شرایطی را پیدا کرده که تحت آنها تعیین می شود شرکت همه، بخشی یا هیچ یک از اقلام فروخته نشده را در معرض فروش قرار دهد. همچنین نشان داده شده است که شرکتی که اثر

[1] Performance

تصمیم دوره تناوب اول را به سود دوره تناوب دوم لحاظ می کند، در مقایسه با شرکتی که در تناوب زمانی اول کوته نظرانه عمل می کند، می تواند محصول جدید خود را با قیمت بالاتری قیمت گذاری کند و از دوره تناوب اول خود مقدار بیشتری ذخیره کند.

(Lian & Liu, 2001) یک مدل موجودی فسادپذیر با مرور دائم و تجدید تقاضای دسته ای را در نظر گرفتند. با فرض زمان تحویل صفر، یک زنجیره مارکوف جاسازی شده[1] ساختند. با رویکرد احتمالی، یک تابع فرم بسته هزینه میانگین بلند مدت تحت سیاست بازپر سازی *(s, S)* یافتند. تحلیل عددی برای نشان دادن ویژگی های تابع هزینه و اثرات تغییر اندازه دسته و سایر پارامترهای سیستم به کار برده شده است. بر اساس این نتایج، یک رویکرد ابتکاری برای مسئله با زمان تحویل مثبت ارائه شده است. از طریق شبیه سازی نیز اثر بخشی روش ابتکاری اثبات شده است.

(Olsson & Tydesjo, 2010) یک مدل تک محصول و تک انبار با تقاضای پواسن دارند. زمان بازپر سازی انبار توسط تامین کننده خارجی ثابت است. طول عمر محصول نیز ثابت است. و پدیده سن با شروع سفارش اتفاق می افتد. زمانی که سن یک کالا به طول دوره عمر نزدیک شود، کالا بی استفاده می شود و از سیستم حذف می گردد. سیاست بازپر سازی سفارش تا سطح *S* است. تقاضایی که بلافاصله دیده نشود معوق می گردد. حالتهای مختلفی که خدمتارائه می شود به این صورت در نظر گرفته شده اند: ۱) هزینه های سفارش معوق ۲) یک محدودیت برای سطح خدمات ۳) هزینه های معوق بر حسب کالا در واحد زمان. حالت ۱ و ۲ به طور دقیق

[1] Embedded Markov Chain

حل می شوند ولی برای حالت ۳ نیاز به در نظر گرفتن تخمین داریم. نتایج با مطالعات قبلی مقایسه شده است.

۲،۱،۱،۲،۲. فساد پذیری در حالتی که تقاضا غیرقطعی با تابع توزیع شناخته نشده باشد

(Liu & Lian, 1999) یک سیستم موجودی فسادپذیر با مرور پیوسته *(s, S)* با فرآیند تقاضای عمومی و بازپر سازی انبار آنی را تحلیل کردند. با استفاده از رویکرد تجدید تقاضای مارکوفی، آنها فرم بسته حل توزیع احتمال حالت پایدار سطح موجودی و اندازه های عملکردی سیستم را بدست آوردند. آنها همچنین فرم بسته تابع هزینه مورد انتظار را ساختند و نشان دادند برای هر *S* ثابت، تابع هزینه در *s* یکنواخت یا محدب است.

(Dave, 1991) یک سیستم موجودی با برنامه ریزی دوره ای احتمالی را برای اقلامی که در طول زمان به طور پیوسته فاسد می شوند در نظر گرفت. تقاضا بلافاصله با شروع دوره تناوب برنامه ریزی اتفاق می افتد. او ابتدا مدل را با زمان تحویل غیر صفر حل کرد. سپس به عنوان یک حالت خاص، زمان تحویل را مضربی از دوره تناوب برنامه ریزی فرض کرد.

(Gurler & Uksel Ozkaya, 2003) مدل (Liu, 2001 & Lian) که تنها حالت خاصی را که تقاضا پواسن باشد و فاصله های زمانی نمایی باشند را توسعه داد به حالتی که تقاضا فرآیند تجدید تصادفی داشته باشد.

فروشندگان در آخر دوره طول عمر کالای فساد پذیر مجبور به اعمال تخفیف هستند تا کالا قبل از منقضی شدن به فروش برود. پس موضوع یافتن زمان شروع تخفیف، مقدار تخفیف و تعداد کالای عرضه شده جهت

بیشینه کردن سود مورد نظر فروشندگان است. این موضوع در مقاله (Ramanathan, 2006) بررسی شده است. این تحقیق یک روش تجربی را به کمک یک مثال عددی پیشنهاد می کند. نشان داده می شود که ارائه تخفیف، بر سود اثر مثبت دارد. روش بر اساس شبیه سازی و الگوریتم ژنتیک است.

۲،۱،۲. فساد پذیری با طول عمر رندوم[۱]

طول عمر رندوم سن را به کمک توابع توزیع احتمال نشان میدهد.

برای بسیاری از انواع موجودی طول عمر دقیق اقلام موجود در انبار قابل تعیین کردن نیست. اقلام در صورت خراب شدن از رده خارج می شوند و زمان خراب شدن غیر قطعی است. مواد غذایی تازه یک مثال معمول است. یک فرآیند شناخته شده وجود دارد که از مسئله موجودی فساد پذیر با طول عمر رندوم بوجود می آید. فرض کنید طول عمر هر یک از اقلام یک متغیر تصادفی با توزیع نمایی منفی با پارامتر θ باشد. فرض کنید $I(t)$ تعداد اقلام باقی مانده تا زمان t صرفا از منبع تقاضا باشد. از آنجا که هر قلم با احتمال $\mathrm{e}^{-\theta s}$ در s واحد اضافی از زمان باقی می ماند، پس تعداد اقلامی که تا زمان $t+s$ باقی می مانند یک متغیر تصادفی دو جمله ای با پارامتر $n = I(t)$ و احتمال $p = \mathrm{e}^{-\theta s}$ است. یعنی تعداد اقلام باقی مانده تا زمان $t+s$ برابر با np یا $I(t)\exp(-\theta s)$ می باشد. پس به فرآیند آشنای کاهشی نمایی[۲] می رسیم. کاهشی نمایی همچنین می تواند به کمک فرض از دست رفتن کسر ثابتی از موجودی در دست در هر تناوب زمانی بدون در نظر گرفتن توزیع سن موجودی حاصل گردد. فرض کنید $I(t)$ سطح موجودی در

[1] Random Lifetime
[2] Exponential Decay Process

زمان t است. سپس با صرف نظر کردن از تقاضا، فرض کاهش یافتن یعنی: $I(t+1) = \gamma\, I(t)$ که $0 < \gamma < 1$. می توانیم این رابطه را به این صورت توسعه دهیم: $I(t+\mathrm{s}) = \gamma^{s}\, I(t)$. که دقیقا همان عبارت بالاست با $\theta = -\ln\gamma$.

تعداد کمی سیستم مارکوفی (s, S) با زمان تحویل صفر مورد بررسی قرار گرفته که نمونه های آن: (Arivarignan, 1988 & Kalpakam) ، (Liu L. , 1990) ، (Pal, 1990) هستند.

۲،۱،۲،۱. فساد پذیری با طول عمر رندوم وقتی تقاضا قطعی باشد

۲،۱،۲،۱،۱. فساد پذیری در حالتی که تقاضا قطعی با توزیع یکنواخت باشد

(Lian & Liu, 2005) یک مدل گسسته موجودی با مرور دائم *(s, S)* که اقلام انبار شده طول عمر رندوم متداول و توزیع گسسته فازی[1] دارند را در نظر گرفتند. تقاضا به صورت دسته ای بوده و فرآیند تجدید فازی دارد. زمان تحویل صفر و سفارش معوق وجود دارد. برای مدل کردن فرآیند سطح موجودی از زنجیره مارکوف چند بعدی استفاده شده است و یک تابع هزینه مورد انتظار فرم بسته بدست آمده است. نتایج عددی برخی ویژگی های سیاست بهینه سفارش دهی و توابع هزینه را نشان می دهد. در مقایسه با مدل طول عمر ثابت، واریانس طول عمر شدیدا بر رفتار سیستم تاثیر گذار است. بنابراین، این فرضیات یک بعد جدید به مدل موجودی فسادپذیر تحت شرایط طول عمر غیر قطعی اضافه می شود.

(Yadavalli, van Schoor, Strasheim, & Udayabaskaran, 2004) یک مدل موجودی فساد پذیر تک که دو دوره تناوب عمر دارد و

[1] Phase-Type Distribution

سپس فاسد می شود را بررسی می کند. یک تقاضای مستقل با نرخ ثابت در هر دو دوره برای کالا اتفاق می افتد. تقاضایی که در فاز ۱ تحقق نیابد می تواند با اندازه های احتمالی در فاز ۲ تحقق یابد. تقاضاهایی که برای کالاهای در فاز ۲ انبار داری اتفاق بیفتند معوق حساب می شوند. سیاست سفارش مجدد بر اساس سیاست *(s, S)* با زمان تحویل صفر و توزیع تصادفی تنظیم می شود. با فرض فرآیند تجدید تصادفی، توزیع احتمال سطح موجودی در هر نقطه تصادفی از زمان بدست می آید.

۲،۱،۲،۱،۲. *فساد پذیری در حالتی که تقاضا قطعی و وابسته به موجودی باشد*

در مطالعه (Roy & Chaudhuri, 2009) یک مدل تولید-موجودی برای کالای فسادپذیر زمانی که تقاضا وابسته موجودی فعلی باشد، و نرخ تولید وابسته به سطح انبار و تقاضا باشد ارائه شده بود. مدلها با وجود و عدم وجود کمبود موجودی ها بررسی شده بودند. این مدلها شرایط محدودیتهای پیوسته روی سطح موجودی بودند و در نتیجه نتایج بهینه بدست آمده نیز دارای همان محدودیتها بودند. در مطالعه (Konstantaras & Skouri, 2011) این شرایط نامحدود فرض شده اند.

۲،۱،۲،۱،۳. *فساد پذیری در حالتی که تقاضا قطعی و متغیر با زمان باشد*

یک مدل برنامه ریزی دینامیک تصادفی توسط (Jain & SilverE. A., 1994) ارائه گردید که سیاست بهینه سفارش دهی را برای یک محصول فساد پذیر یا کاهش پذیر بالقوه با طول عمر رندوم تعیین میکرد. آنها طول

عمر محصول را یک متغیر تصادفی گسسته که دارای توزیع احتمال تصادفی می باشد فرض کردند. در پایان هر دوره تناوب گسسته، همه محصولات باقی مانده حداقل برای دوره تناوب بعدی بی ارزش یا بی استفاده می شوند. آنها همچنین دو راه حل برای مسئله ارائه دادند که یکی بر اساس روش ابتکاری Silver-Meal و دیگری بر اساس الگوریتم Wagner-Whitin بودند.

(Chang & Dye, 2001) به بررسی یک مدل موجودی با نرخ متغیر فساد و نرخ تعویق سفارش بخشی با شرایط اجازه تاخیر در پرداخت می پردازد. این شرایط با مقدار اقتصادی سفارش تلفیق شده و به بحث در مورد نتایج پرداخته شده است. بعلاوه، کمبود موجودی ها نه کاملا معوق می شوند و نه کاملا از دست رفته. تعویق نسبت معکوس با طمان انتظار برای بازپر سازی بعدی دارد.

(Giri, Jalan, & Chaudhuri, 2003) یک مدل *EOQ* برای تک محصول، تک دوره برای کالای فساد پذیر با تقاضای شیب[1] و فساد با توزیع ویبول[2] را در نظر گرفتند. کمبود موجودی ها برای موجودی لحاظ شده و کاملا معوق می شود. افق زمانی محدود فرض شده و سیاست بهینه بازپر سازی با کمینه سازی مجموع هزینه های موجودی در واحد زمان حاصل می گردد.

[1] Ramp
[2] Weibull

۲،۱،۲،۱،۴. *فساد پذیری در حالتی که تقاضا قطعی و وابسته به قیمت باشد*

(Mukhopadhyay & Mukherjee, 2005) یک سیاست بازپر سازی موجودی را برای کالای فسادپذیر با تقاضای وابسته به قیمت ارائه داده است. نرخ فساد نیبت به زمان نسبی است و زمان فاسد شدن از توزیع ویبول دو پارامتری تبعیت می کند.

۲،۱،۲،۲. فساد پذیری با طول عمر رندوم وقتی تقاضا غیرقطعی باشد

۲،۱،۲،۲،۱. *فساد پذیری در حالتی که تقاضا غیرقطعی با تابع توزیع شناخته شده باشد*

(Friedman & Hoch, 1978) مدلی مشابه مدل (Wagner & Within, 1958) و (Veinott, 1960) که در آنها سطح موجودی به طور متناوب مرور می شود و تقاضا شناخته شده فرض می شود را بررسی کردند. همچنین آنها فرض کردند کسری از موجودی در دست با سن *i* برای تناوب بعدی باقی میماند $(0 < r_i < 1)$. r_i در واقع احتمال این است که کالایی با سن *i* برای یک دوره تناوب دیگر باقی بماند. یک ویژگی جالب این راه حل این است که زمانی که فسادپذیری را لحاظ می کنیم، تقاضا نمی تواند در تناوب های زمانی که موجودی اولیه صفر است داده شود.

(Krishnamoorthy & Varghese, 1995) یک سیستم موجودی مرور دائم *(s, S)* با تقاضای پواسن را مطالعه کردند که در آن فرض می شود کالاها در اثر حادثه یا کاهش یافتن آسیب می بینند. آنها طول عمر یک قلم و اقلام بین حادثه را نمایی فرض کردند و احتمالات انتقالی و حالت پایدار را

با فرض نبود کمبود موجودی و زمان تحویل صفر برای موجودی بدست آوردند.

زمانی که زمان تحویل سفارش مثبت به مسئله اعمال شود تحلیل بسیار پیچیده می شود. (Sapna, 1994 & Kalpakam) یک سیستم فسادپذیر *(s, S)* با تقاضای پواسن و زمان تحویل سفارش با توزیع نمایی برای کالاهای با طول عمر نمایی را بررسی کردند. آنها یک تابع هزینه دقیق یافتند و با توجه به نقطه سفارش مجدد *s* و فرض اینکه تعداد سفارشات معوق برای بازپر سازی انبار تنها محدود به یک سفارش می تواند باشد و تقاضاهایی که در طول پر بودن انبار اتفاق بیفتند از دست رفته تلقی می شوند، به تعدادی ویژگی مفید تحلیلی دست یافتند. (Kalpakam & Sapna, 1996) همچنین به بررسی یک سیستم فساد پذیر *(s, S)* با تقاضای پواسن و زمان های تحویل سفارش تصادفی برای کالاهای با نرخ خطای[1] ثابت پرداختند.

(Yang, 1999 & Liu) حالتی را در نظر گرفتند که زمان پر شدن انبار نمایی باشد و هیچ محدودیتی روی تعداد سفارشات در حال انجام وجود نداشته باشد. آنها به یک حل ماتریس هندسی برای حالت پایدار توزیع احتمال سطح موجودی دست یافتند.

(Ravichandram, 1995) به بررسی یک مدل مشابه با تقاضای پواسن، طول عمر ثابت و زمان تحویل رندوم با تابع توزیع عمومی پرداخت. او همچنین برای انبار فقط یک سفارش تحویل داده نشده در حال پر شدن در انبار در نظر گرفت. و نیز فرض کرد سن موجودی تازه تنها زمانی آغاز می شود که تمام اقلام باقی مانده از انبار خارج شده باشند.

[1] Failure Rate

(Liu & Cheung, 1997) یک مدل موجودی مرور پیوسته تک محصول با تقاضای پواسن، طول عمر با تابع توزیع نمایی را توسعه دادند. زمان تحویل و بازپر سازی انبار، همه احتمالات انباشت بخشی سفارش، انباشت کامل سفارش و فروش از دست رفته کامل نیز لحاظ شده بود. آنها این مدل را با زنجیره مارکوف پیوسته تحلیل کردند و تعدادی از اندازه های عملکرد سیستم مانند میانگین نرخ خرابی بعنوان عامل از رده خارج شدن محصول، نرخ موثر تقاضا، نرخ بازپر سازی انبار، سطح مورد انتظار موجودی و زمان انتظار مورد انتظار مشتری در حالت پایدار را بدست آوردند. بر اساس این نتایج، آنها سیاست بهینه کنترل موجودی را برای سیستم بدست آوردند. (Shi, 1999 & Liu) همان مدل (Liu L. , 1990) را با تجدید تقاضای عمومی به کمک فرآیند مارکوف، مد نظر قرار داد. او فرض کرد تقاضاها یکتا هستند و از یک فرآیند تجدید پیروی میکنند. که تابع توزیع زمان بین تقاضا به صورت زیر است:

$$f(t) = 1 - exp\left[\int_0^t \mu(x)dx\right]$$

که $\mu(t)$ نرخ خطر است (شدت احتمال این که یک تقاضا t واحد زمان بعد از تقاضای قبلی اتفاق بیفتد.) او به یک تئوری اساسی حفاظت نرخ دست یافت و نشان داد با طول چرخه سفارش دهی مجدد مورد انتظار، همه اندازه های عملکردی دیگر سیستم به راحتی قابل محاسبه هستند و مجموع نرخ هزینه طول اجرا به شکل بسیار ساده ای کاهش می یابد.

(Ouyang, Wu, & Yang, 2006) در این تحقیق یک مدل موجودی برای کالای فسادپذیر با اجازه تاخیر در پرداخت بررسی شده است. هدف این

مطالعه یافتن یک سیاست بهینه بازپر سازی برای کمینه کردن مجموع هزینه موجودی است. این مدل ریاضی یک چهارچوب عمومی است که شامل مدلهای قدیمی تر می شود. برخی تئوری های مفید برای مشخص کردن راه حل بهینه و تامین یک روش آسان برای یافتن زمان دوره بازپر سازی و مقدار سفارش تحت شرایط مختلف استفاده شده است.

۲،۲،۲،۱،۲. فساد پذیری در حالتی که تقاضا غیرقطعی با تابع توزیع شناخته نشده باشد

مطالعه در زمینه کالاهای فساد پذیر تحت شرایط هم زمان عدم قطعیت در تقاضا و طول عمر مربوط است به (Nahmias S. , 1977b). برای بدست آوردن نتایج، فرض بر این گذاشته شده که کالاها به همان ترتیبی که وارد انبار می شوند، فاسد می گردند. یعنی سفارشی که در دوره تناوب n_1 قرار می گیرد، قبل از سفارشی که در دوره n_2 قرار می گیرد فاسد می شود $(n_1 < n_2)$. این فرآیند به این صورت مدل می شود: فرض کنید $A_1, A_2, \ldots$ دنباله ای از متغیرهای تصادفی مستقل با تابع توزیع یکنواخت باشند، که مقادیر $\{1, 2, \ldots, m\}$ را با احتمالات $\{p_1, \ldots, p_m\}$ اختیار می کنند. رخداد $\{A_n = k\}$ به این معنی است که زمانی که تقاضا در دوره تناوب n پاسخ داده شود، تمام اقلامی که در انبار باقی می مانند که k دوره تناوب یا بیشتر سن دارند، فاسد خواهند شد. (توجه داشته باشید A_n طول عمر یک سفارش که در دوره تناوب n اتفاق افتاده نمی باشد.)

از آنجا که اقلام به ترتیب ورود به انبار فاسد می شوند، فساد آینده مورد انتظار سفارش جاری از طریق آگاهی از ذخیره جاری، x، و تحقق تقاضاهای

آینده کاملا قابل تعیین کردن است. (Nahmias S. , 1977b) نشان داد که سیاست بهینه در اینجا کاملا مشابه حالت طول عمر قطعی است.

تکنیک تجدید مارکوف در مقاله (Kalpakam & Sapna, 1996) برای معرفی یک سیستم موجودی فسادپذیر *(s-1, S)* که فروش از دست رفته دارد و با تجدید تقاضا و طول عمر و زمان تحویل نمایی مورد استفاده قرار گرفت. در این حالت، از آنجا که فرآیند خروجی، یک فرآیند تجدید نیست، آنها فرآیند سطح موجودی را یک فرآیند نیمه احیا شونده مشخص کردند و سپس از تکنیک های معمول تجدید مارکوف برای بدست آوردن مشخصات عملکردی مختلف استفاده کردند.

(Kalpakam & Sapna, 1995) کار (Pal, 1990) را به حالتی که زمان تحویل سفارش توزیع عمومی داشته باشد توسعه دادند. آنها از تکنیک تجدید مارکوف برای تحلیل رفتار فرآیند سطح موجودی استفاده کردند.

(Yang, Lin, Lin, Hung, Chu, & Chouhuang, 2011) این مقاله مدل موجودی را بررسی می کند که تابع نرخ تقاضا عمومی بوده و فساد توزیع ویبول دارد و سفارش معوق بخشی لحاظ شده است. ابتدا یک چهارچوب تحلیلی برای مدل موجودی با تابع نرخ تقاضا عمومی ارائه شده است. سپس، برای تقاضای شیب، مدل *WU* برای یافتن معیاری برای تضمین وجود و یکتایی راه حل بهینه توسعه داده شده است. بعد از آن یک مدل جدید برای جبران کمبودهای مدل قبلی ارائه شده است. سپس نتایج ترکیب شده اند تا نشان داده شود نتایج جدید قابل تعمیم به تقاضای شیب هستند. پس راه حل بهینه مستقل از تابع تقاضا است. در نهایت مثالهای عددی برای نشان دادن کارایی این چهارچوب و کاربردهای آن ارائه شده اند.

۲،۱،۳. کاهش یافتن با نرخ نمایی[۱]

طول عمر رندوم در سیستم های مرور پیوسته تحت عنوان "کاهشی نمایی" شناخته می شوند. این بدین معنی است که همه مدلهای با طول عمر رندوم می توانند در این دسته قرار گیرند.

۲،۱،۳،۱. تقاضای قطعی

(Ghare & Schrader, 1963) مدل استاندارد EOQ را به حالت کاهشی نمایی تعمیم دادند. آنها مشاهده کردند که برخی از کالاها به مرور زمان با نسبت خاصی کاهش می یابند که این رفتار می تواند با تابع نمایی نزولی در زمان نمایش داده شود. نرخ تقاضا در زمان t با $D(t)$ نشان داده می شود. در فاصله بین تقاضا ها سطح موجودی در دست $I(t)$، کاهشی است. با توجه به اثر همزمان تقاضا و کاهش بر اساس معادله دیفرانسیل عمومی:

$$dI(t)/_{dt} + \theta I(t) = -D(t)$$

وقتی $D(t) = \lambda$، مستقل از t، راه حل بدست آمده خواهد بود:

$$I(t+u) = exp(-\theta u).\left[I(t) + \lambda/_{\theta}\right] - \lambda/_{\theta}$$

این رابطه بعدا برای توسعه یک عبارت برای هزینه متحمل شده در هر واحد زمان استفاده خواهد شد. راه حل نویسندگان برای تعیین مقدار سفارش بر اساس تخمین سه جمله اول بسط تیلور تابع نمایی است.

یک مدل مشابه هم توسط (Emmons, 1968) مطالعه شده. او فرض کرد وقتی سطح موجودی در دست به سطح $s \geq 0$ برسد، سطح انبار بلافاصله Q واحد

[1] Exponential Decay

کاهش خواهد یافت. او نشان داد یک تخمین منطقی برای هزینه در واحد زمان بصورت زیر است:

$$C(Q) \cong \theta cQ/ln[(Q+\lambda/\theta)/(s+\lambda/\theta)]$$

که تنها به هزینه واحد خرید c بستگی دارد. (هزینه نگهداری با تقریب خوبی قابل صرف نظر کردن در نظر گرفته شده بود)

(Covert & Phillip, 1973) مدل (Schrader, 1963 & Ghare) به صورت تغییر توزیع فساد پذیری از نمایی به ویبول توسعه دادند. این دقیقا به این معنی است که بگوییم طول عمر اقلام دارای توزیع آماری ویبول است. رویکرد آنها حل مناسب معادله دیفرانسیل زیر بود:

$$\frac{dI(t)}{dt}+\alpha\beta t^{\beta-1}I(t)=-\lambda$$

که α و β پارامترهای توزیع ویبول هستند. مقدار سفارش بهینه توسط یک بسط سری نامحدود داده شده که به روش نیوتن قابل تخمین زدن است.

توسعه های بعدی مدل (Schrader, 1963 & Ghare) توسط (Shah, 1977) و (Tadikamalla, 1978) ارائه شد. (Tadikamalla, 1978) فرض کرد طول عمر هر یک از اقلام به جای توزیع ویبول، دارای توزیع گاما باشد. در حالی که (Shah, 1977) یک توزیع دلخواه مانند $\varphi(t)$ را در نظر گرفت. در حالت عمومی معادله دیفرانسیلی که تغییرات سطح موجودی در انبار را بدست می دهد همانند فرم بالا خواهد بود. به جز اینکه $\varphi(t)$ با $\alpha\beta t^{\beta-1}$ جایگزین شود.

(Cohen, 1977) توسعه مدل (Schrader, 1963 & Ghare) را به حالتی که نرخ تقاضا $\lambda(p)$ ، یک تابع شناخته شده از هزینه هر واحد p باشد در پیش گرفت. هدف بدست آوردن مقدار سفارش و قیمت هایی است که هزینه هر واحد را

کمینه سازد. سپس فاصله زمانی بهینه بین جانشینی سفارش ها به صورت تابع زیر داده شد:

$$T_p = \sqrt{2K/[\lambda(p)(c\theta + h)]}$$

و نرخ سود، با فرض یکی از سفارش ها به روش بهینه به این صورت ارائه گردید:

$$\pi(p) = p\lambda(p) - c\lambda(p) - \sqrt{2K[c\theta + h]\lambda(p)}$$

شرایط برای حالتی لحاظ شده اند که یک p بهینه وجود داشته باشد که $p^* > c$ بتواند $\pi(p)$ را بیشینه کند. همچنین زمانی که کمبود موجودی لحاظ شود نیز نتایج مشابهی حاصل خواهد شد.

۲،۱،۳،۲. تقاضای غیر قطعی

پیچیدگی مدل های کاهش یابنده که تقاضای تصادفی دارند قویا بر فرض زمان تحویل وابسته است. زمانی که زمان تحویل صفر باشد، محاسبه سیاست سفارش دهی بهینه سر راست تر خواهد بود.

یک سیستم مرور دوره ای استاندارد تک محصولی را در نظر بگیرید، زمانی که کسر ثابت، γ، از ذخیره در دست در پایان هر دوره تناوب به واسطه کاهش یافتن از بین می رود. فرض کنید فروش های از دست رفته داریم، تابع انتقال حالت $s(y,t)$ ، نشان دهنده ذخیره اولیه یک تناوب است، بنابراین وقتی تا سطح y سفارش می دهیم، و تقاضای t بوجود می آید، داریم:

$$s(y,t) = \gamma(y - t)^+$$

که می تواند نیازهای مدل ارائه شده (Veinott, 1965) برای بهینه سازی سیاست های نزدیک را برآورده سازد. بنابراین در ادامه میبینیم یک سیاست ساده عدد بحرانی بهینه خواهد بود. راه حل می تواند دقیقا همان راه حلی باشد که برای

حالت غیر کاهش یابنده به کار بردیم. زمانی که تقاضای اضافی برگردانده می شود، تابع انتقال بسیار پیچیده تر خواهد بود اما این نتایج همچنان برقرار هستند.

یک رویکرد دیگر در مدلسازی موجودی این است که یک سیاست عملکرد ثابت فرض کنیم و تابع توزیع آماری ابتدا یا انتهای ذخیره را تعیین کنیم. به این ترتیب، هزینه های مورد انتظار در هر دوره تناوب در حالت پایدار پیدا می شوند و بر اساس پارامترهای سیاست بهینه می گردند. (Emmons, 1968) این روش را برای یافتن سیاست بهینه *(s, S)* برای یک موجودی کاهش یابنده به کار برد. فرض کنید تقاضا دارای چگالی *f(t)* در هر تناوب زمانی باشد و e^{-s} واحد از هر قلم در ابتدای دوره تناوب در اثر کاهش از دست برود. او نشان داد چگالی آماری *g(x)* برای پایان ذخیره، *x* ، معادلات دیفرانسیل زیر را برآورده می کند:

$$g'(x) = g(x) \qquad Se^{-2\theta} < x < Se^{-\theta} \quad or \quad x < Se^{-\theta}$$
$$g'(x) = g(x) - e^{\theta} g\left(xe^{\theta}\right) \qquad Se^{-\theta} < x < Se^{-2\theta}$$

متاسفانه برای این دستگاه معادلات جواب صریحی بدست نیامد. بنابراین برای استفاده از این رویکرد باید از روش عددی استفاده کرد.

(Shah & Jaiswal, 1977) مدل سطح سفارش (Naddor, 1966) را به حالت کاهش نمایی پیوسته توسعه دادند. فرض کنید ابتدای دنباله نامحدود دوره های تناوب زمان بندی یکسان با طول *T*، سطح موجودی بلافاصله تا سطح *S* زیاد می شود. تقاضای کل در طول دوره تناوب زمان بندی یک متغیر تصادفی با چگالی پیوسته *f(x)* باشد. نویسندگان به عبارتی برای هزینه مورد انتظار در هر دوره تناوب که تابعی نسبتا پیچیده از *S* می باشد دست یافتند.

تعیین یک *S* بهینه در این مدل ها نیاز به فرم انتگرالی زیر دارد که $f(x)$ چگالی احتمال تقاضا است:

$$\int_0^\infty \frac{f(x)}{x^n}\, dx$$

(Wang, 1978 & Nahmias) به یک تخمین برای این انتگرال وقتی $f(x)$ دارای چگالی نرمال باشد دست یافتند. با استفاده از این تخمین آنها به تخمین بسیار دقیقی از کمبود موجودی مورد انتظار وقتی چگالی تقاضا $f(x)$ باشد، در یک تناوب زمانی (مانند زمان تحویل یا دوره تناوب مرور) دست یافتند.

در مجموع، مسائل کاهشی نمایی با تقاضای رندوم زمانی که زمان تحویل مثبت برای تقاضا وجود دارد، بسیار پیچیده است. پیچیدگی از آنجا ایجاد می شود که کاهش تنها روی اقلام در دست انبار اتفاق می افتد و نه روی اقلام سفارش داده شده. در نتیجه هیچ سیاست بهینه ای وجود نخواهد داشت که به سادگی تابعی از وضعیت هر دو موجودی در دست و سفارش داده شده باشد. نوشتن معادلات تابعی که نمایشگر یک سیاست بهینه باشند کار نسبتا سر راستی است، اما برای زمان تحویل برای بیشتر از یک یا دو دوره تناوب زمانی، محاسبه سیاست بهینه غیر عملی است.

یک مدل عمومی منطقی برای کاهش نمایی، تقاضای رندوم و زمان تحویل مثبت برای تقاضا مربوط است به (Nahmias & Wang, 1978) . سطح موجودی ها به صورت پیوسته مرور می شود و فلسفه عملکرد سیاست *(Q, r)* است، به این صورت که وقتی کل موجودی در دست و سفارش داده شده به سطح *r* برسد، یک سفارش برای Q واحد جایگزین می شود که طبق برنامه زمان بندی بعد از τ تناوب زمانی به انبار می رسد. کل زمان تحویل سفارش یک متغیر پیوسته با چگالی $f(x)$ فرض می شود و تقاضا در واحد زمان دارای میانگین λ است.

۲،۱،۴. مدل های صف با فرض بی طاقتی[1]

نتایج بدست آمده برای سیستم های صف با بی طاقتی خریدار می تواند برای قوانین کنترلی انواع خاصی از سیستم های موجودی فساد پذیر استفاده شود. یک صف تک سرور را در نظر بگیرید که در آن مشتریان برای زمان ثابت L منتظر می مانند و اگر خدمت مورد نظر را دریافت نکنند سیستم را ترک می کنند. این سیستم به موجودی فسادپذیر کاملا شباهت دارد. صف معادل همان موجودی است فرآیند سرویس دهی با تقاضا، زمان بی طاقتی با طول عمر موجودی تازه، و ورود مشتریان با جایگیزینی موجودی معادل است. این شباهت یک اشکال عمده دارد. در مفهوم موجودی، زمان بندی و مقدار بازبینی انبار قابل کنترل هستند در حالیکه در مفهوم صف ورود به صورت رندوم اتفاق می افتد.

صف هایی با ویژگی بی طاقتی مشتری توسط (Barrer, 1957) ، (Gnedenko & Kovalenko, 1968) ، (Finch, 1960) ، (Gavish & Schweitzer, 1977) ، (Abad, 1996) و دیگران مورد مطالعه قرار گرفته است. (Gnedenko & Kovalenko, 1968) فرآیند زمان صبر کردن مجازی را مارکوفی در نظر گرفت اما تعداد مشتریان موجود در سیستم را نه.

۲،۲. کالای بهبود پذیر[2]

کالای بهبود پذیر به نوعی از کالا اطلاق می شود که منفعت حاصل از آنها در طول زمان با اعمال عملیات بهبود بخش، افزایش می یابد. (Heung S. , 1997)

به طور کلی حیواناتی که سرعت رشد زیاد دارند مانند اردک، خوک، جوجه های گوشتی و... در مزرعه یا انواع ماهی ها در دریاچه های مصنوعی، از این دست کالا به حساب می آیند. زمانی

[1] impatience
[2] Ameliorating

که این نوع کالاها در مزرعه یا حوضچه نگهداری می شوند، با رشد آنها، وزن، ارزش یا کاربردشان بهبود می یابد و در همین حین توسط بیماری، مرگ یا سایر عوامل دستخوش کاهش نیز می شوند. اگر هر دو اثر بهبود و کاهش همزمان مورد نظر قرار گیرند و نرخ بهبود بزرگتر از نرخ کاهش باشد، واضح است که کل موجودی در اثر ترکیب تاثیرات فوق بهبود می یابد. بدلیل اثر همزمان بهبود و کاهش بر اقلام، نرخ مجموع یعنی نرخ خالص بهبود پذیری معمولا توسط توزیع ویبول در زمان مدل می شود. (Mondal, Bhunia، & Maiti, 2005)

نخستین مطالعه ای که به بحث کالاهای بهبود پذیر پرداخت، مقاله (Heung S. , 1997) بود. در همین مقاله اصطلاح ***Ameliorating*** معرفی و پیشنهاد گردید. در این مقاله بهبود پذیری را به صورت افزایش تعداد یا مقدار اقلام یا بهتر ساختن اقلام در یک سیستم معرفی می کند و برای بهبود پذیری از تابع توزیع ویبول استفاده می کند. دو نوع مدل بر حسب بهبود پذیری و تقاضا بررسی می شود: اول، زمانی که نرخ بهبود کمتر از نرخ تقاضا باشد. که در این حالت یک مدل ***EOQ*** معرفی می شود. دوم، زمانی که نرخ بهبود بیشتر از نرخ تقاضا باشد. که در این حالت یک مدل ***PSQ*** [1] معرفی می شود. با فرض نرخ بهبود ویبول، نرخ بهبود در زمان ***t***، ***A(t)*** عبارت است از:

$$\alpha\beta\, t^{\beta-1}$$

با این اطلاعات این تحقیق تلاش می کند سیاست بهینه صدور را در جهت کمینه سازی هزینه های موجودی برآورد نماید. این برآورد به کمک روشهای شمارش کامپیوتری و ترسیم نمودار انجام شده است. در تحقیق بعدی (Heung S. , 1999) به بررسی سیاست های صدور ***FIFO*** و ***LIFO*** پرداخت. مقدار بهبود یافته یا کاهش یافته موجودی در طول یک بازه زمانی وابسته به مقدار باقی مانده موجودی و زمان سپری شده دارد.

[1] Partial Selling Quantity

(Mondal, Bhunia, & Maiti, 2003) در این مقاله یک مدل موجودی برای اقلام بهبود پذیر برای تعیین تناوب زمانی با توجه به نرخ وابسته به قیمت توسعه یافته است. چرخه موجودی به دو بازه تقسیم شده است. در بازه اول، اقلام تنها برا مبنای نرخ بهبود افزایش می یابند. در این دوره، اقلام فروخته نمی شوند و واحدهای فاسد شده پذیرفته نمی شوند. یعنی حیواناتی که در سن بسیار پایین از ارزش می افتند، ارزشی برای نجات و برگشت به مجموعه ندارند. در بازه دوم، واحدهای تازه با سود و واحدهای مشکل دار با قیمت کاهش یافته فروخته می شوند. نرخ بازپر سازی نامحدود است. حالتهای مختلف سیستم جهت بیشینه سازی سود توسعه داده شده اند و مسئله با مشخصاتی که ذکر شد به کمک روش نیوتن-رافسون[1] حل شده است و نتایج بهینه توسط مثال عددی نشان داده شده اند. در نهایت، برای بررسی اثر بهبود و فساد روی سیاست های موجودی، تحلیل حساسیت میانگین سود با توجه به پارامترهای بهبود و کاهش انجام شده است. این تحلیل به کمک روش بسیار آشنای تحلیل واریانس[2] برای پارامترهای بهبود انجام شده است.

(Mandal, Bhunia, & Maiti, 2005) در این مقاله به بحث موجودی های بهبود پذیر پرداخته شده است. بازپر سازی انبار آنی فرض شده است و هدف بیشینه سازی سود حاصل است. نرخ فروش یک تابع قطعی از قیمت فروش یک کالا است و در ابتدا کمتر از نرخ بهبود می باشد. نرخ بهبود به مرور کاهش یافته و بعد از مدتی کمتر از نرخ فروش می شود. کمبود موجودی در نظر گرفته نشده است. در نهایت، مدل توسط مثال عددی نمایش داده شده است.

(Chauhan & Singh, 2010) این تحقیق در ارتباط با مدل زنجیره تامین تولید موجودی از منظر تولید کننده و فروشنده است. اثر تورم، فساد، بهبود لحاظ شده و چند تحویله بودن و تخفیف زمانی نیز لحاظ شده است. سیاست تولید و بازپر سازی بهینه برای کمینه سازی مجموع هزینه خالص فعلی می تواند با استفاده از روش شناسی ها بدست آید.

[1] Newton-Raphson
[2] ANOVA

در مطالعات زیر هر دو نوع موجودی فسادپذیر و بهبود پذیر تواما مورد بررسی قرار گرفته اند:

(Moon, 2005) در این مقاله، تلاش شده است تا دو ویژگی فیزیکی مخالف اقلام ذخیره شده (بهبود پذیری و فسادپذیری) در مدل موجودی ترکیب شوند. این مدل توسعه داده شده اقلام بهبود پذیر و فاسدشدنی را با الگوی تقاضای متغیر با زمان بیش از یک افق برنامه ریزی محدود، با در نظر گرفتن اثرات تورم و ارزش زمانی پول بررسی می کند. راه حل های بهینه از مدل های ارائه شده به دست می آیند و اثرات بهبود یا فساد در سیاست های بازپر سازی موجودی با استفاده از مثال های عددی بررسی می شود.

در تحقیق (Chern, Ynag, Teng, & Papachristos, 2008) مدل سنتی اندازه دسته[1] موجودی هم برای سفارش معوق عمومی بخشی و تورم بسط داده شده. فرض طول دوره برابر و کمبود موجودی ثابت هم که در مدل قبلی لحاظ شده بود حذف شده است. برای هر عدد داده شده از چرخه بازپر سازی انبار، وجود یک برنامه منحصر به فرد بازپر سازی بهینه ثابت شده است و سپس تحدب تابع هزینه کل سیستم موجودی با وجود تعدادی بازپر سازی اثبات شده است. در نهایت الگوریتمی برای حل ارائه شده و به کمک تحلیل حساسیت نتایج مدیریتی بدست آمده است.

(Hwang, 2004) در این مطالعه، یک حالت خاص از مسئله مکان یابی پوشش مجموعه تصادفی[2]، برای هر دو حالت فساد و بهبود مورد مطالعه قرار گرفته است. هدف این مطالعه، تعیین حداقل تعداد تسهیلات ذخیره سازی در میان یک مجموعه گسسته از مکان ها است به طوری که احتمال اینکه هر یک از مشتریان تحت پوشش قرار گیرند، کمتر از یک مقدار بحرانی است. این مسئله به کمک مسئله مکان یابی پوشش مجموعه تصادفی فرموله شده است که می تواند از طریق روش برنامه ریزی صفر و یک حل شود.

[1] Lot-Size
[2] Stochastic Set-Covering

فصل سوم

طرح مسئله

فصل سوم: طرح مسئله

در این فصل به بررسی موضوع اصلی رساله، ارائه مدل و راهکارهای پیشنهادی برای حل این مدل می پردازیم.

۳،۱. تعاریف و مفاهیم

- برنامه ریزی و کنترل موجودی ها: هدف برنامه ریزی و کنترل موجودی ها این است که با تجزیه و تحلیل شرایط و هزینه ها، مناسب ترین سیاست برای سفارش و نگهداری موجودی کارخانه اتخاذ و اجرا شود. در بخش برنامه ریزی، سیاست ها و روشهای مناسب و اقتصادی اتخاذ و تدوین، و در بخش کنترل اجرایی می شوند. (ابراهیمی، ۱۳۹۱)

- مفهوم و تعریف موجودی: منظور از موجودی کلیه کالاها و موادی هستند که به صورت راکد با هدف مصرف شدن یا فروش و برای مدت معینی نگه داشته می شوند و تحت کنترل موسسه یا سازمان مربوطه هستند. طبق این تعریف کالایی که در خط تولید در جریان است یا عملیاتی روی آن صورت می گیرد و جزو فرآیند است موجودی محسوب نمی شود. مثلا نفتی که در خطوط لوله در جریان است چون برای برآورده شدن تقاضا آماده نیست موجودی به شمار نمی آید. (ابراهیمی، ۱۳۹۱)

- تعریف کنترل تولید و موجودی: کنترل تولید و موجودی ها عبارت است از برنامه ریزی و کنترل کالاها و مواد (مواد اولیه و کالاهای نیمه ساخته و محصولات نهایی) به منظور حفظ و نگهداری موجودی در سطحی که تقاضای مشتریان را برآورده کند و در عین حال حداقل هزینه را در بر داشته باشد. کنترل موجودی فن نگهداری و نظارت کالا و موجودی در یک

سطح قابل قبول (رفع نسازهای سازمان با توجه به مسایل اقتصادی) است. هدف پاسخگویی به تغییرات تقاضا با کمینه کردن هزینه های موجودی است. (ابراهیمی، ۱۳۹۱)

- عوامل هزینه در کنترل موجودی: عمده ترین هزینه های موجودی ها را می توان در چهار طبقه اصلی تقسیم بندی کرد:

۱. *هزینه خرید یا هزینه قیمت یا هزینه مواد*[1]: به مجموعه هزینه هایی که برای خرید یک کالا و سایر هزینه هایی که به ازای هر واحد کالا تا رسیدن کالا به انبار پرداخت می شود، گفته می شود. به عبارت دیگر این هزینه ها شامل پولی است که برای خرید موجودی ها پرداخت می شود.

۲. *هزینه سفارش دهی یا ثبت سفارش (برای خرید یا ساخت)*[2]: هزینه هایی است که برای رسیدن کالا به انبار شرکت در صورت خرید و یا آماده سازی و نصب مجدد ماشین آلات در صورت تولید پرداخت می شود. هزینه های ثبت و سفارش مستقل از مقدار سفارش است.

۳. *هزینه نگهداری و انبار موجودی ها*[3]: این هزینه ها به حجم موجودی های یک کارخانه بستگی داشته و بدیهی است هر قدر مقدار موجودی های یک کارخانه زیادتر یاشد، هزینه های انبار داری بیشتری را در بر خواهد داشت. این هزینه ها شامل هزینه های سرمایه راکد، مالیات، بیمه، اقلام شکسته و نابود شده در انبار، دزدی در انبار، اجاره انبار و هزینه های کارکرد آن مانند نور، حرارت، نگهبان شب فضای انبار، متروک شدن یا از مد افتادن، تسهیلات انبار، فاسد شدن و... است.

[1] Purchase Cost
[2] Ordering Cost
[3] Holding Cost

۴. *هزینه مواجهه با کمبود کالا*[1]: هزینه هایی که در اثر کمبود کالا و یا در اثر نرسیدن مواد و انجام نپذیرفتن به موقع تولید به وجود می آید. به عبارت دیگر به هزینه های ناشی از نبود یا کمبود موجودی، در هنگام دریافت سفارش از مشتری، هزینه های کمبود گفته می شود. هزینه های کمبود به دو صورت ممکن است به سازمان تحمیل شود:

۴،۱. هزینه های ثابت که به زمان بستگی ندارد

۴،۲. هزینه های متغیر (جریمه دیرکرد) که به سازمان وابسته است.

اگر زمانی که تقاضا می رسد سیستم خالی از موجودی باشد کمبود پیش می آید که دو حالت اتفاق می افتد. یا تقاضا رسیده را از دست می دهیم (هزینه های فروش از دست رفته[2]) یا برآوردن تقاضا را به تاخیر می اندازیم (هزینه های پس افت یا کسر اعتبار[3]) که در فروش از دست رفته هزینه ی کمبود مستقل از زمان و در حالت پس افت ممکن است هم مستقل از زمان و هم وابسته به زمان باشد. (ابراهیمی، ۱۳۹۱)

- سیستم های کنترل موجودی: برای کنترل صحیح و منظم سفارشات و موجودی ها، معمولا دستیابی به مقادیر دو پارامتر اصلی لازم است. این دو پارامتر عبارتند از:
  - مقدار هر بار سفارش
  - تاریخ مناسب صدور سفارش

سیستم های مختلف سفارشات و کنترل موجودی باید در ساختاری مناسب با شرایط هر واحد صنعتی بع منظور پاسخ گویی به دو سوال بالا طراحی شوند.

[1] Shortage Cost
[2] Lost Sale
[3] Backorder

بدیهی است تعیین مقادیر عددی پارامترهای بالا به عواملی چند نظیر هزینه های مختلف موجودی ها، سرعت مصرف و شرایط معین بودن یا احتمالی (تصادفی) بودن مصرف و میزان اطمینان لازم برای نگهداری موجودی هر کالا خاص بستگی دارد. در عین حال تابع محدودیتهای حاکم بر واحد صنعتی است. با توجه به این عوامل و میزان تاثیرگذاری آنها در یک واحد صنعتی، انواع سیستم های کنترل موجودی برای کالاهای گوناگون در آن واحد تعریف می شوند. (ابراهیمی، ۱۳۹۱)

مدلهای کنترل موجودی به دو دسته عمده تقسیم می شوند:

۱. مدل های قطعی کنترل موجودی[1]

در این مدلها متغیرهای موجودی مانند تقاضا معلوم است و اگر تغییراتی هم داشته باشند این تغییرات دارای نظم خاصی است.

۲. مدل های احتمالی کنترل موجودی[2]

در این مدل ها، متغیرها مانند تقاضا بعنوان یک متغیر تصادفی در نظر گرفته می شوند. (ابراهیمی، ۱۳۹۱)

- تعریف زمان تحویل یا پیش زمان[3]: به مدت زمانی که از لحظه صدور سفارش تا دریافت آن طول می کشد زمان تحویل یا پیش زمان ***(LT)*** گفته می شود. (ابراهیمی، ۱۳۹۱)

[1] Deterministic Inventory Models
[2] Probabilistic Inventory Models
[3] Lead Time

- تعریف نقطه سفارش مجدد[1]: میزان موجودی کالا در زمان شروع سفارش را نقطه سفارش مجدد یا *(ROP)* می نامند. به عبارت دیگر نقطه ای است که هر گاه سطح موجودی به آن رسید باید سفارش مجدد صادر شود تا زمان رسیدن موجودی با کمبود مواجه نشویم. (ابراهیمی، ۱۳۹۱)

- مدل های احتمالی: در این حالت فرض می شود تقاضا حالت قطعی ندارد بلکه احتمالی می باشد. هدف این مدل ها تعیین مقدار سفارش بهینه (Q^*) و نقطه سفارش مجدد *(ROP)* با هدف کمینه کردن هزینه هاست. در مدل های احتمالی، Q^* و t^* از همان فرمول های غیر احتمالی قبل به دست می آید و فقط در حالت های احتمالی باید ***ROP*** و ***SS*** از فرمول ها احتمالی محاسبه شوند.

- تعریف ذخیره احتیاطی ***SS***: عبارت است از مقداری از موجودی که همیشه در انبار برای مقابله با کمبود احتمالی نگهداری می شود که حتی الامکان با کمبود مواجه نشویم و از این ذخیره احتیاطی به غیر از مواقع ضروری استفاده نمی شود. موجودی اطمینان در مدل های احتمال برای جواب گویی به تغییرات تقاضا در مدت زمان تحویل تعریف می شود و مقدار آن در تعاملی بین کل هزینه های کمبود و نگهداری تعیین می شود. به عبارت دیگر ذخیره احتیاطی به موجودی های اضافی در انبار اطلاق می شود که به عنوان راهی برای مقابله با کمبودهای احتمالی نگهداری می شود. با وجود ذخیره احتیاطی در انبار، کل هزینه های نگهداری افزایش و کل هزینه های کمبود کاهش می یابد. (ابراهیمی، ۱۳۹۱)

- انواع سیستم های سفارش دهی: دو نوع روش سفارش دهی برای اقلام دارای تقاضای مستقل وجود دارد، که می توانند مبنای شکل گیری روش های پیچیده باشند. این دو روش عبارتند از:

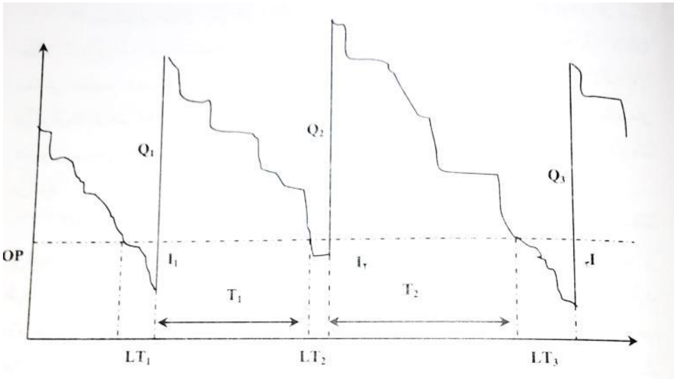
[1] Reorder Point

۱. سیستم نقطه سفارش آماری یا مرور دائم موجودی[1]

در این روش برای کالای داخل انبار یک نقطه سفارش *(OP)* محاسبه می شود. سپس موجودی کالا به طور دائم بررسی و هر زمان موجودی کالا به مقدار نقطه سفارش رسید، سفارشی با مقدار معین Q داده می شود. مقدار Q به نوع مدلی بستگی دارد که استفاده می شود. نقطه سفارش باید مقدار مصرف در موعد تحویل را پوشش دهد. اگر نرخ تقاضا و موعد تحویل *(LT)* ثابت باشند، تعیین سطح موجودی پیش از سفارش دهی برای اجتناب از کمبود دشوار نیست. اما این وضعیت همیشه بر قرار نیست و در بیشتر موارد تقاضا تغییر خواهد کرد. برای پوشاندن این تغیرات از مقداری موجودی با نام موجودی اطمینان[2]، ذخیره موقت یا احتیاطی استفاده می شود. در سیستم نقطه سفارش بدون موجودی اطمینان، اگر تقاضا و موعد تحویل به صورت تصادفی تغییر کنند، با کمبود مواجه خواهیم بود. بنابراین در صورت وجود تغییرات تصادفی در تقاضا و موعد تحویل، نقطه سفارش معادل میانگین مصرف در طی دوره میانگین موعد تحویل به علاوه موجودی اطمینان برای پوشش بخشی از تغییرات مورد انتظار در تقاضا یا موعد تحویل می باشد. مقدار تغییر پوشش داده شده به سطح مطلوب خدمت به مشتری بستگی دارد.

در حالت کلی در سیستم نقطه سفارش، فاصله زمانی بین دو سفارش می تواند متغیر باشد، در حال که اغلب مقدار هر بار سفارش مساوی Q است. شکل زیر سیستم نقطه سفارش را نشان می دهد.

[1] Statistical Order Point or Continuous Review
[2] Safety Stock



شکل ۱-۳ سفارش دهی با سیستم نقطه سفارش

همانطور که مشاهده می شود:

$$LT_1 \neq LT_2 \neq \cdots \neq LT_n$$
$$Q_1 = Q_2 = \cdots = Q_n$$
$$I_1 \neq I_2 \neq \cdots \neq I_n$$
$$T_1 \neq T_2 \neq \cdots \neq T_n$$

به کار گیری سیستم نقطه سفارش:

سیستم نقطه سفارش آماری به مکانیزمی احتیاج دارد که مدیریت را هنگام رسیدن به نقطه سفارش مطلع سازد. دو روش اصلی برای این کار وجود دارد:

۱،۱. *سیستم موجودی دائم:* هر مبادله (دریافت یا تخلیه موجودی) و نیز موجودی در دست جدید ثبت می شود. در سیستم های دستی سطح موجودی در دست بعد از هر مبادله باید با نقطه سفارش مقایسه شود. با پیدایش کامپیوتر و نرم افزارهای مختلف، امکان انجام مرور دائم روی موجودی ها فراهم شده که از نظر اقتصادی هم مقرون به صرفه است. با استفاده از سیستم های کامپیوتری، زمانی که سطح موجودی در دسترس مساوی یا کمتر از نقطه سفارش باشد، پیغام هشدار داده می شود.

۱،۲. *سیستم موجودی دو ظرفی*[1]*:* در این روش از دو ظرف، محفظه یا بخش انبار استفاده می شود. ظرفیت یک ظرف به اندازه موجودی نقطه سفارش است. هر زمان سفارشی می

[1] Two Bin System

رسد، ابتدا این ظرف پر و سپس باقیمانده به ظرف دوم منتقل می شود. در مقابل، هنگام مصرف ابتدا موجودی ظرف اول مصرف شده و سپس از موجودی ظرف دوم برداشت می شود. زمانی که موجودی ظرف دوم خالی شد، یعنی به نقطه سفارش رسیده ایم و باید سفارش دهیم. سیستم دو طرفی بهترین نوع سیستم برای تقاضای مستقل و اقلام دارای حجم کم و موعد تحویل کوتاه است.

۲. سیستم دوره سفارش یا مرور دوره ای[1]

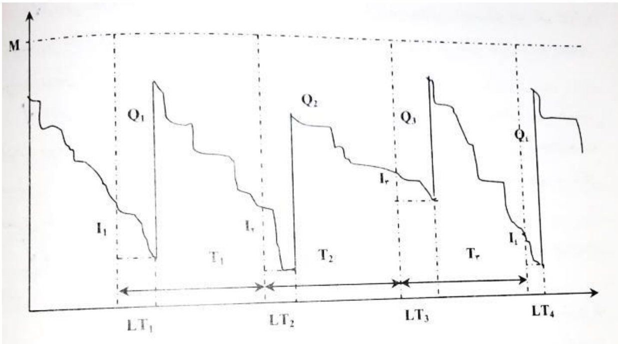
ویژگی های بسیاری از اقلام برای مرور دائم با استفاده از سیستم نقطه سفارش مناسب نیست. در هر یک از موارد زیر، انتخاب یک سیستم مرور دوره ای یا مشتقات آن پیشنهاد می شود:

- تقاضا مستقل باشد.
- ثبت تخلیه موجودی و مرور دائم آن دشوار و پر هزینه باشد.
- گروهی از اقلام از یک تامین کننده خریداری شده و کل هزینه های آماده سازی هر قلم کالا با ترکیب این اقلام در یک سفارش کاهش اساسی داشته باشد.
- اقلامی که طول عمر مفید کمی دارند، کاندید ایده آلی برای مرور با دوره های ثابت هستند.
- تولید محموله های کامل یا به کار گیری ظرفیت به صورت کامل از مزیت اقتصادی برخوردار باشد.

در روش مرور دوره ای، یک مقدار حداکثر موجودی *(M)* برای هر کالا محاسبه می شود، که اغلب برابر با متوسط مصرف در طی زمان (دوره مرور + موعد تحویل) به علاوه موجودی اطمینان است. سپس در فاصله های زمانی معین و مساوی به نام دوره مرور، میزان موجودی

[1] Periodic Review

کالا بررسی و به اندازه ای سفارش داده می شود که حاصل جمع آن با مقدار موجودی در دست به مقدار بیشترین موجودی تعیین شده برسد. در این سیستم اگر نرخ مصرف تقریبا یکنواخت باشد، میزان سفارش در هر دوره مرور اغلب با دیگر دوره ها مساوی است، اما نرخ مصرف متغیر بوده و بنابراین مقدار سفارش هر دوره متفاوت است. در حالت کلی در سیستم دوره سفارش، فاصله بین دو بار سفارش مساوی، اما مقدار هر بار آن متفاوت می باشد. شکل زیر این سیستم را نشان می دهد.



شکل ۲-۳ سفارش دهی با سیستم دوره سفارش

$$LT_1 \neq LT_2 \neq \cdots \neq LT_n$$
$$Q_1 \neq Q_2 \neq \cdots \neq Q_n$$
$$I_1 \neq I_2 \neq \cdots \neq I_n$$
$$T_1 = T_2 = \cdots = T_n$$

۳. سیستم های سفارش ترکیبی

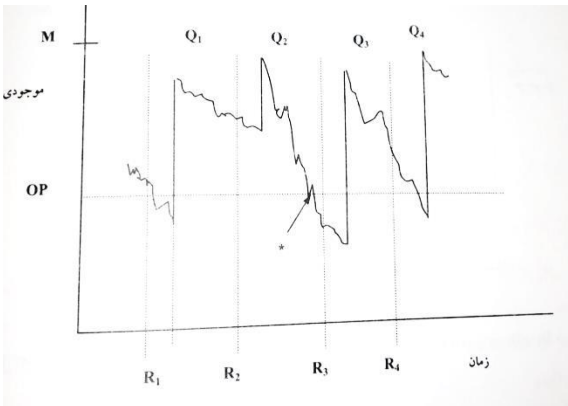
روش های زیادی برای ترکیب ویژگی های سیستم سفارش دهی دوره ای با سیستم نقطه سفارش وجود دارد. دو مورد از رایج ترین آنها عبارتند از:

۳،۱. سیستم ترکیبی نقطه سفارش – مرور دوره ای

این سیستم ویژگی های مرور دوره ای را با نقطه سفارش ترکیب می کند. اگر سطح موجودی پیش از دوره مرور به زیر سطح معینی کاهش یابد، سفارش داده می شود. در غیر این صورت مقدار سفارش در پایان دوره به روش مرور دوره ای تعیین می شود.

همانطور که در شکل نشان داده شده است در نقطه * پیش از دوره مرور R_3 سطح موجودی به زیر نقطه OP رسیده و باید پیش از رسیدن به R_3 سفارش انجام شود نه در نقطه R_3.

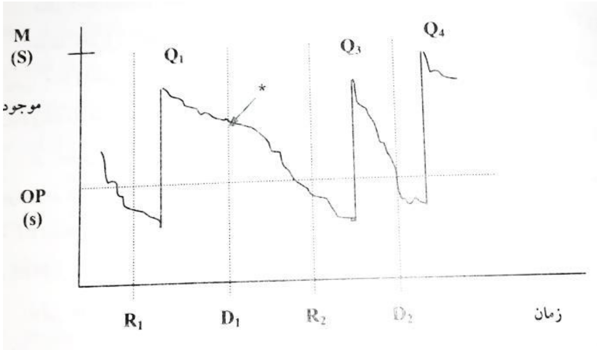
این سیستم زمانی مناسب است که تقاضا تغییرات به نسبت زیادی داشته باشد و هزینه موجودی اطمینان برای پوشاندن این تغییرات در طی دوره ترکیبی موعد تحویل و دوره مرور از هزینه به کار گیری یک سیستم ترکیبی بیشتر باشد. چرا که در یک سیستم ترکیبی نقطه سفارش – مرور دوره ای، موجودی اطمینان تنها برای پوشاندن تغییرات تقاضا در طی موعد تحویل نیاز است.



شکل ۳-۳ سفارش دهی با سیستم ترکیبی نقطه سفارش – مرور دوره ای

۳،۲. سیستم سفارش دهی انتخابی (s, S)

این روش به نام مدل *s, S* نیز شناخته می شود؛ *S* بیشترین موجودی *(M)* و *s* نقطه سفارش *(OP)* است. در این نوع سیستم تنها زمانی سفارش داده می شود که موجودی در دست کمتر از سطح معینی باشد. همانطور که در شکل مشاهده می شود، در نقطه * با این که موجودی بالاتر از سطح *s* است و این نقطه نیز زمان مرور است، اما سفارشی داده نمی شود. این روش باعث می شود از سفارش دهی مقادیر کم جلوگیری شود، بنابراین به طور معمول کمبود افزایش می یابد. (رزمی & لطفی، ۱۳۹۰)



شکل ۴-۳ سفارش دهی با سیستم انتخابی

- فواصل زمانی بین سفارشات: میتواند بنا به تناسب و شرایط خاص هر کالا، سیاست های تعیین شده توسط تامین کنندگان و سیاست های داخلی بخش سفارشات و تدارکات سازمان، تعیین شود. (حاج شیر محمدی، ۱۳۸۸)

۳،۲. ارائه مدل و تشریح مسئله مورد بررسی

۳،۲،۱. تحلیل سیستم موجودی با سه فاز بهبود

در این تحقیق ما یک مدل مرور دائم برای موجودی بهبود پذیر با سیاست بازپر سازی آنی را در نظر می گیریم. حالت موجودی را در سه فاز «تولد، بهبود و زوال» فرض می کنیم. یعنی مسئله را به یک مسئله گسسته تبدیل می کنیم. تقاضا یک فرآیند پواسن فرض می شود. معیارهای عملکرد سیستم محاسبه شده و مجموع هزینه ها بدست آمده و به روش نقطه یابی تحدب آن اثبات می شود.

در این تحقیق از مدل ارائه شده توسط (Sobha, Thangavelu, Elango، & Anbazhagan, 2012) ، (Lian & Liu, 2005) ، (Graves, 1982) و نیز تحقیقات (Heung S. , 1997) استفاده شده است.

حالت کلی مسئله به صورت زیر تعریف می شو. یک مسئله بازپر سازی موجودی انبار را برای یک کالا با توزیع طول عمر متداول بررسی می کنیم. فرض های زیر را داریم:

- زمان بین تقاضا Y دارای توزیع گسسته PH[1] با n فاز و نمایش (α, D) می باشد. که: $D = \left(D_{ij}\right)_{n\times n}$ و $\alpha = (\alpha_0\,, \alpha_1\,, \dots, \alpha_n\,)$ و $\alpha_0 = 0$ می باشد. بردار احتمال جذب $D^0 = \ (D_{10}\,, \dots, D_{n0})^T = e - De$ (e یک بردار ستونی با درایه های ۱ است.)
- تقاضا به صورت دسته ای با اندازه دسته رندوم B اتفاق می افتد. که: $P\{B = i\} = p_i$ و $i = 1, 2, \dots$ که می نویسیم: $P_i^0 = p\{B \geq i\} = \sum_{j=i}^{\infty} p_j$ برای $i \geq 0$.
- طول عمر کالای X دارای توزیع گسسته PH با m فاز و نمایش (β, T) می باشد که $T = \left(T_{ij}\right)_{m\times m}$ و $\beta = (\beta_0\,, \beta_1\,, \dots, \beta_m\,)$ و $\beta_0 = 0$ و $T^0 = (T_{10}\,, \dots, T_{m0})^T = e - Te$ می باشد.
- زمان تحویل در بازپر سازی انبار صفر است و تمام اقلام در وضعیت نو وارد انبار می شوند.
- تمام سفارشات برآورده نشده معوق می شوند.

همچنین قراردادهای زیر را برای این مدل داریم:

- در زمان t ممکن است یک ورودی تقاضا، فساد باقی مانده ذخیره و یا یک ورودی سفارش بازپر سازی انبار داشته باشیم. اگر یک تقاضا یا فساد داشته باشیم، زمان دقیق این واقعه t^- است؛ یعنی درست قبل از زمان t.
- اگر هم تقاضا داشته باشیم و هم فساد، فساد قبل از تقاضا اتفاق می افتد.

[1] Phase-Type Distribution

- اگر یک بازپر سازی انبار داشته باشیم، زمان دقیق این واقعه t^+ است؛ یعنی درست بعد از زمان t.
- بازدید از حالت سیستم درست در زمان t اتفاق می افتد.
- حالت سیستم، که همان سطح موجودی است، که بعنوان عملگر یا کنترل کننده هم شناخته می شود به این صورت نشان داده می شود: $I(t) \cong I(t^+)$ و $t = 0, 1, 2, \ldots$.
- در کل این مدل از نماد t برای نمایش زمان هر واقعه ای استفاده می کنیم.
- تفسیر دقیق دوره زمانی بستگی به نوع واقعه بر مبنای قراردادهای گذاشته شده دارد.
- بر اساس تحقیق (Weiss, 1980) سیاست بهینه بازپر سازی انبار نوع *(s, S)* می باشد. این سیاست به این صورت عمل می کند: در هر سطح موجودی $I(t^-) = s + 1, s + 2, \ldots, S$ اگر یک تقاضای ورودی به صورتی باشد که $I(t^-)$ به سطح s یا کمتر برسد، یک بازپر سازی اتفاق می افتد تا پاسخگوی آخرین تقاضا باشد، سفارشات معوق را حذف کند و سطح موجودی را دوباره به S در زمان t^+ برگرداند. بنابر این همواره $s + 1 \le I(t) \le S$

در حل بهینه باید داشته باشیم $s \le -1$ زیرا همیشه $s = -1$ بهتر از $s \ge 0$ زیرا اندازه دسته بازپر سازی انبار برای همان سفارش تا حد S بدون اضافه کردن هر گونه هزینه پس افت بیشینه می شود.

پارامترهای هزینه عبارتند از:

C_h = هزینه نگهداری موجودی بر واحد کالا در واحد زمان

C_r = هزینه جانشینی کالای فاسد شده

C_u = جریمه کمبود به ازای هر واحد کمبود

C_s = جریمه کمبود به ازای هر واحد کمبود در واحد زمان

C_o = هزینه سفارش دهی بر واحد سفارش

برای راحتی می نویسیم $x = -s$ و از x برای نشان دادن سطح سفارش معوق استفاده می کنیم. برای بدست آوردن تابع هزینه، یک فرآیند احیا شونده سطح موجودی که نام آن را چرخه سفارش مجدد می گذاریم داریم. سپس مجموع هزینه های مورد انتظار در هر چرخه را داریم:

E[HS] = هزینه نگهداری

E[RC] = هزینه جانشینی (از رده خارج کردن) اقلام فاسد شده

E[SC] = هزینه کمبود

فرض کنید τ چرخه سفارش مجدد باشد. میانگین مجموع هزینه ها عبارت است از:

$$C(x,s) = \frac{C_0 + E[HC] + E[RC] + E[SC]}{E[\tau]}$$

که مسئله به این صورت مطرح می شود:

$$min_{x,s}\, C(x,s), \quad S \geq 0, x \geq 1$$

۳،۲،۲. مدل مسئله

یک سیستم موجودی با کالاهای بهبود پذیر که طول عمر آنها توزیع ویبول دارد و دارای سه فاز در دوره عمر می باشد را در نظر می گیریم. (مدت زمان اقامت در هر فاز

سن دارای تابع نمایی می باشد.) تقاضا از توزیع پواسن پیروی می کند و در هر زمان فقط تک محصول تقاضا می شود. سه فاز عمر محصول را «اولیه، بهبود یافته و فاسد شده» می نامیم و با اعداد ۱، ۲ و ۳ نشان می دهیم. کالاهای فاسد شده باید به سرعت و بعد از تامین تقاضای فعلی (دوره بازبینی) از انبار خارج شوند. مفروضات مسئله:

- تقاضا از نوع پواسن با پارامتر $\lambda > 0$ می باشد.
- بازپر سازی انبار آنی و با سیاست (0, S) می باشد. S ماکزیمم سطح موجودی است. انتقال از یک حالت فاز موجودی به حالت فاز دیگر با وجود مسیر بهبود، در جریان اجرای تقاضا یک پدیده تصادفی با احتمال انتقالی مطابق ماتریس $P = (p_{ij})\ , i,j = 1,2,3$ می باشد.
- نرخ بهبود و مرگ کوچکتر از نرخ تقاضا فرض می شود.

۳،۲،۳. پارامترهای مدل

تعریف می کنیم:

$I(t)$ = تعداد اقلام موجود در انبار

$S(t)$ = فاز بهبود کالا در موجودی بر اساس زمان t

آنگاه $\{I(t), S(t); t > 0\}$ یک فرآیند تصادفی دو بعدی با فضای حالت زیر است:

$$E = \begin{cases} (i,j): i = S, S-1, S-2, \dots, 1 \\ \qquad\ \ j = 1,2,3 \end{cases}$$

زنجیره مارکوف $\{I_n, S_n; n \geq 0\}$ که I_n نشان دهنده سطح موجودی وقتی n امین تقاضا می رسد و S_n فاز کالای فسادپذیر در آن زمان است.

انتقال یک پله ای بین فازهای بهبود به صورت ماتریس زیر داده شده است:

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} \\ 0 & P_{22} & P_{23} \\ 0 & 0 & P_{33} \end{bmatrix}$$

$$P_{11} = 1 - (P_{12} + P_{13}) \quad , \quad P_{22} = 1 - P_{23} \quad , \quad P_{33} = 1$$

بنابراین فرآیند مارکوف دو بعدی $\{I(t), S(t); t > 0\}$ انتقال هایی از یک حالت به حالت دیگر با پیشرفت چرخه تجاری دارند. بر اساس فرضیاتی که بر فرآیندهای ورودی و خروجی (بازپر سازی انبار و تقاضا) گذاشتیم، از احتمالات انتقالی $\left(P_{(i,k)}^{(j,l)}(t)\right)$ فرآیند مارکوف در ***t=0*** مشتق می گیریم. شدت انتقال از حالت (i,k) به حالت (j,l) به صورت زیر تعریف می شود:

$$q_{(i,k)}^{(j,l)} = \frac{d}{dt} P_{(i,k)}^{(j,l)}(t) \quad | \quad t = 0$$

مولد جزیی $Q = \left(q_{(i,k)}^{(j,l)}\right)$ انتقال فرآیند مارکوف به کمک شدت انتقال به صورت زیر تعریف می شود:

- (i,k) به $(i-1,k)$ با نرخ $\lambda > 0$ برای $k = 1, 2, 3$.
- (i,k) به $(i-1,k+1)$ با نرخ $\lambda P_{i(k+1)} > 0$ برای $k = 1, 2, 3$.
- $(i,3)$ به $(S-1,1)$ با نرخ $\lambda > 0$

مولد جزیی (ماتریس نرخ) ***Q*** به راحتی به وسیله یک ماتریس بلوکی $Q = (Q_{ij})$ که $i, j = 1, 2, 3, \dots, S$

$$Q_{ij} = \begin{cases} B & j = i = S \\ A & j = i, i = S-1, S-2, \dots, 1 \\ \Lambda_P & j = i-1, i = S, S-1, \dots, 2 \\ \Lambda_0 & j = S, i = S-1, S-2, \dots, 2 \\ \Lambda_1 & j = S, i = 1 \\ 0 & Otherwise \end{cases}$$

$$Q = \begin{bmatrix} B & \Lambda_P & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \Lambda_0 & A & \Lambda_P & 0 & \dots & 0 \\ \Lambda_0 & 0 & A & \Lambda_P & \dots & 0 \\ \Lambda_0 & 0 & 0 & A & \ddots & \Lambda_P \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Lambda_1 & 0 & 0 & 0 & \dots & A \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ \lambda & 0 & -\lambda \end{bmatrix}$$

$$\Lambda_P = \begin{bmatrix} \lambda P_{11} & \lambda P_{12} & \lambda P_{13} \\ 0 & \lambda P_{22} & \lambda P_{23} \\ 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{bmatrix} = -\lambda I$$

$$\Lambda_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \lambda & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Lambda_1 = \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ \lambda & 0 & 0 \\ \lambda & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

از آنجا که فضای حالت زنجیره مارکوف متناهی است، حالتهای سیستم برگشت پذیر و غیر تهی و متناوب هستند. بنابراین با استدلال محدود کردن احتمال زنجیره مارکوف ارگودیک است. احتمالات حدی حالت پایدار سیستم را با (π_i) نشان می دهیم و به روش زیر بدست می آوریم:

$$\pi Q = 0$$

$$\pi = (\pi_S, \pi_{S-1}, \dots, \pi_1)$$

که هر پارامتر این بردار با مراجعه به فاز بهبود سیستم عبارت است از:

$$\pi_j = \left(\pi_j^{(1)}, \pi_j^{(2)}, \pi_j^{(3)}\right)$$

در اینجا منظور از موجودی، موجودی در دست می باشد نه موجودی مستقر. حال یک دستگاه معادلات ماتریسی داریم:

$$\pi_S B + \sum_{i=1}^{S-2} \pi_{S-i} \Lambda_0 + \pi_1 \Lambda_1 = 0$$

$$\pi_j \Lambda_P + \pi_{j-1} A = 0 , j = S, S-1, \dots, 2$$

با فرض بردار اولیه احتمال $\pi_S = \left(\pi_S^{(1)}, \pi_S^{(2)}, \pi_S^{(3)}\right)$ داریم:

$$\sum_{j=1}^{3} \left(\sum_{i=1}^{S} \pi_i^{(j)} \right) = 1$$

جوابها بر اساس π_S بصورت زیر هستند:

$$\pi_k = (-1)^{S+k} \pi_S (\Lambda_P)^{S-k} A^{-(S-k)} \quad , \quad 1 \le k \le S-1$$

$$\pi_S = 1' \left(I + \sum_{j=1}^{S-1} M_j \right)^{-1} \quad , \quad 1' = (1, 1, 1)$$

$$M_k = (-1)^{S+k} (\Lambda_P)^{S-k} A^{-S+k}$$

۳،۲،۴. اندازه های عملکرد سیستم

اندازه های عملکردی سیستم موجودی بهبود پذیری که ما در بالا توضیح دادیم، از طریق احتمالات حدی حالت پایدار سیستم یعنی بردار $\pi_i^{(j)}\ , i = 1, 2, 3, \dots, S\ \ and\ \ j = 1, 2, 3$ به این صورت بدست می آید:

میانگین سطح موجودی:

$$\bar{L} = \sum_{i=1}^{S} \left(\sum_{j=1}^{3} i\, \pi_i^{(j)} \right)$$

اما از آنجا که هزینه ها در فاز های مختلف موجودی برای ما تفادت دارد، این ماتریس را بصورت زیر می شکنیم:

$$\bar{L}^{(j)} = \sum_{i=1}^{S} \left(i * \pi_i^{(j)} \right)$$

میانگین نرخ سفارش مجدد:

موجودی مورد بحث در نهایت دارای طبیعت کلی فساد پذیری می باشد در سه فاز $j = 1, 2, 3$ می باشد و آخرین فاز $j = 3$ نمایشگر حالت فساد کامل موجودی است. تمام اقلامی که در این وضعیت هستند، بلافاصله بعد از تامین تقاضای مشتری از سیستم حذف می شوند و بلافاصله سفارش مجددی انجام می شود که سطح موجودی را با همه حذفیات دوباره به سطح ماکزیمم S برگرداند. پس نرخ سفارش مجدد با این توضیحات به صورت زیر می باشد:

$$\beta = \left(\sum_{j=1}^{3} \pi_1^{(j)} + \sum_{i=2}^{S} \pi_i^{(3)} \right) \lambda$$

۳،۲،۵. بهینه سازی هزینه

تابع هزینه برای یک کالای بهبودپذیر در یک دوره زمانی بصورت زیر تعریف می شود:

$$TC = \bar{I}(C_P + C_a + C_h) + C_O \beta$$

C_P = هزینه خرید اولیه کالا در فاز ۱

C_a = هزینه بهبود در طول فاز بهبود کالا، فاز ۲

C_h = هزینه نگهداری در طول فاز فساد کالا، فاز ۳

C_O = هزینه سفارش دهی در هر بار سفارش

اما این تابع هزینه در فاز های مختلف موجودی بصورت زیر تعریف می شود:

$$TC = \bar{I}^{(1)} C_P + \bar{I}^{(2)} C_a + \bar{I}^{(3)} C_h + C_O \beta$$

$$TC = C_P \sum_{i=1}^{S} \left(i * \pi_i^{(1)} \right) + C_a \sum_{i=1}^{S} \left(i * \pi_i^{(2)} \right) + C_h \sum_{i=1}^{S} \left(i * \pi_i^{(3)} \right) + C_O \left(\left(\sum_{j=1}^{3} \pi_1^{(j)} + \sum_{i=2}^{S} \pi_i^{(3)} \right) \lambda \right)$$

۳،۲،۶. فاز دوم، مدل طول عمر موجودی پیوسته

با استفاده از مدل های موجود می توانیم ادعا کنیم که بهبود با تابع توزیع ویبول (Heung S. , 1997) و فساد با تابع توزیع نمایی منفی مدل می شود. برای تابع توزیع نمایی منفی داریم:

$$f(t;\lambda)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda t} & , \ t\geq 0\\ 0 & , \ t\leq 0\end{cases}$$

$$F(t;\ \lambda)=\begin{cases}1-e^{-\lambda t} & , \ t\geq 0\\ 0 & , \ t\leq 0\end{cases}$$

برای تابع توزیع ویبول داریم:

$$f(\alpha;\beta;\lambda)=\begin{cases}\dfrac{\alpha}{\beta}\left(\dfrac{t}{\alpha}\right)^{\beta-1}e^{-\left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta}} & , \ t\geq 0\\ 0 & , \ t\leq 0\end{cases}$$

$$F(\alpha;\beta;\ \lambda)=\begin{cases}1-e^{-\left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta}} & , \ t\geq 0\\ 0 & , \ t\leq 0\end{cases}$$

پس اگر زمان ورود تقاضا را T فرض کنیم، ، از آنجا که انتقال به این حالتها را گسسته فرض کردیم، برای ماتریس انتقال حالت اولیه داریم:

$$P=\begin{bmatrix}1-p_{12}-p_{13} & 1-e^{-\left(\frac{T}{\alpha}\right)^{\beta}} & 1-e^{-\lambda T}\\ 0 & 1-p_{23} & 1-e^{-\lambda T}\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

چون وارد کردن این ماتریس در معادلات تعادلی، بسیار پیچیده است، باز هم از روش عددی استفاده می کنیم. تمام پارامترهای سیستم را ثابت فرض می کنیم و پارامترهای طول عمر یعنی α و β و λ و زمان T را تغییر می دهیم.

نکته ای که در اینجا قابل طرح است، این است که تابع توزیع ویبول بدلیل دارا نبودن خاصیت بی حافظگی[1] مستقیما نمیتواند وارد معادلات زنجیره مارکوف شود. همانطور که می دانیم تنها توزیع پیوسته بی حافطه، توزیع نمایی و تنها توزیع گسسته بی حافظه توزیع پواسن هستند. دلیل استفاده از توزیع وایبول به طریقی که در بالا دیده شد همین نکته اصلی می باشد.

[1] Memoryless Property

فصل چهارم

مثال عددی

فصل چهارم: مثال عددی

تحدب تابع هزینه بدلیل پیچیدگی آن با روش های ریاضی قابل بررسی نمی باشد. لذا برای رسیدن به این منظور باید از روشهای جستجوی عددی برای یافتن S بهینه استفاده کرد. در اینجا هدف ما مینیمم سازی هزینه مورد انتظار می باشد. ماتریس انتقال حالت زیر را در نظر می گیریم:

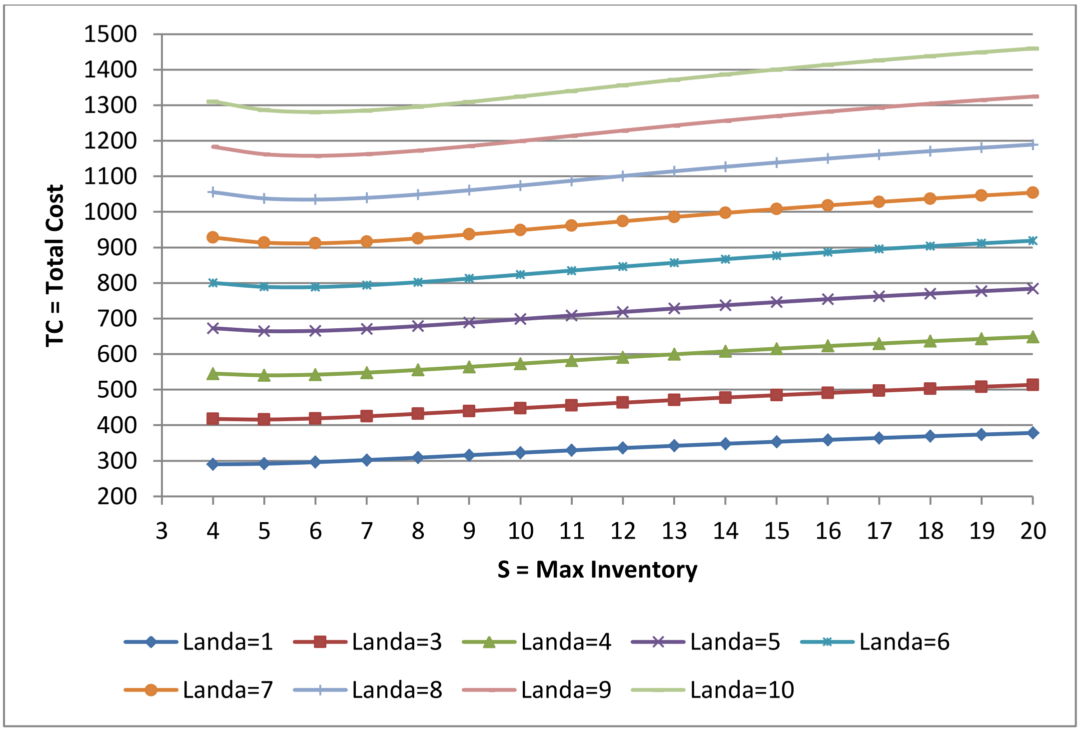
$$P=\begin{bmatrix}0.5 & 0.3 & 0.2\\ 0 & 0.6 & 0.4\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

$$C_P=1 \quad , \quad C_A=6 \quad , C_H=4 \quad , C_O=3 \quad , \lambda=2$$

پارامترهای سیستم یعنی S و λ و پارامترهای هزینه یعنی C_P ، C_a ، C_h ، C_O تغییر داده می شوند و هزینه مورد انتظار مربوطه بدست می آید. نتایج به صورت زیر هستند:

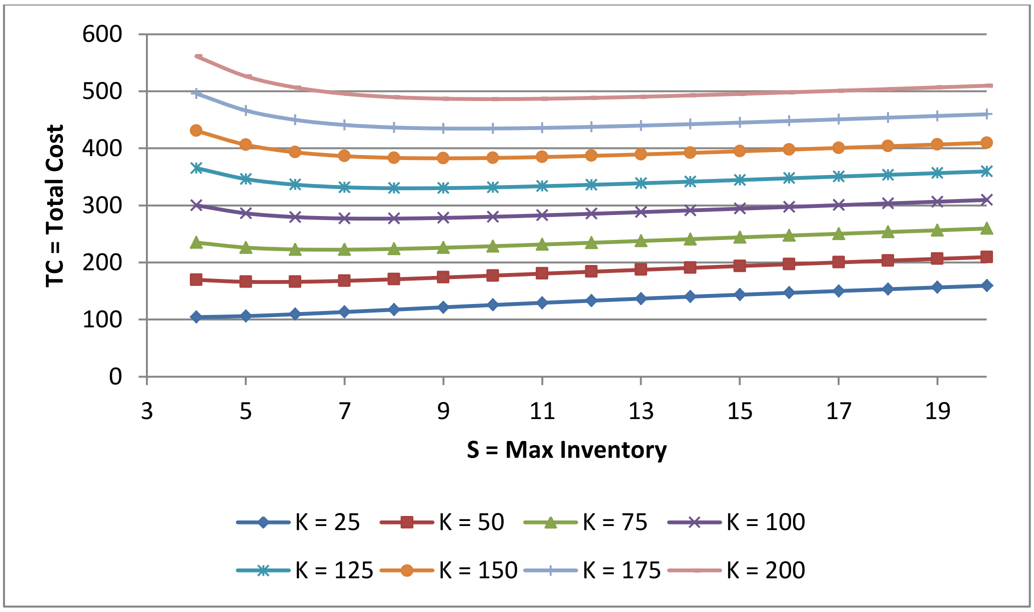
جدول ۱- همه پارامترهای هزینه ثابت فرض شده اند و S از ۴ تا ۲۰ و λ از ۲ تا ۱۰ تغییر داده می شود.

S \ Landa	2	3	4	5	6	7	8	9	10
4	290.0946	417.6449	545.1952	672.7456	800.2959	927.8462	1055.397	1182.947	1310.497
5	291.5821	415.96	540.3379	664.7159	789.0938	913.4717	1037.85	1162.227	1286.605
6	296.0895	419.1852	542.2809	665.3766	788.4723	911.5679	1034.664	1157.759	1280.855
7	302.0948	424.9935	547.8923	670.791	793.6898	916.5886	1039.487	1162.386	1285.285
8	308.7918	432.1402	555.4886	678.837	802.1854	925.5338	1048.882	1172.231	1295.579
9	315.7227	439.9018	564.0809	688.26	812.4391	936.6182	1060.797	1184.976	1309.155
10	322.6238	447.8452	573.0665	698.2878	823.5092	948.7305	1073.952	1199.173	1324.394
11	329.3482	455.713	582.0779	708.4427	834.8076	961.1724	1087.537	1213.902	1340.267
12	335.8208	463.3589	590.8971	718.4353	845.9734	973.5116	1101.05	1228.588	1356.126
13	342.011	470.707	599.4029	728.0989	856.7949	985.4908	1114.187	1242.883	1371.579
14	347.9152	477.7258	607.5365	737.3471	867.1577	996.9683	1126.779	1256.59	1386.4
15	353.5449	484.4114	615.278	746.1446	877.0111	1007.878	1138.744	1269.611	1400.477
16	358.9196	490.7757	622.6319	754.4881	886.3443	1018.2	1150.057	1281.913	1413.769
17	364.0624	496.8395	629.6166	762.3937	895.1707	1027.948	1160.725	1293.502	1426.279
18	368.9973	502.6275	636.2576	769.8877	903.5179	1037.148	1170.778	1304.408	1438.038
19	373.7472	508.1655	642.5837	777.002	911.4202	1045.838	1180.257	1314.675	1449.093
20	378.3334	513.4788	648.6242	783.7695	918.9149	1054.06	1189.206	1324.351	1459.496



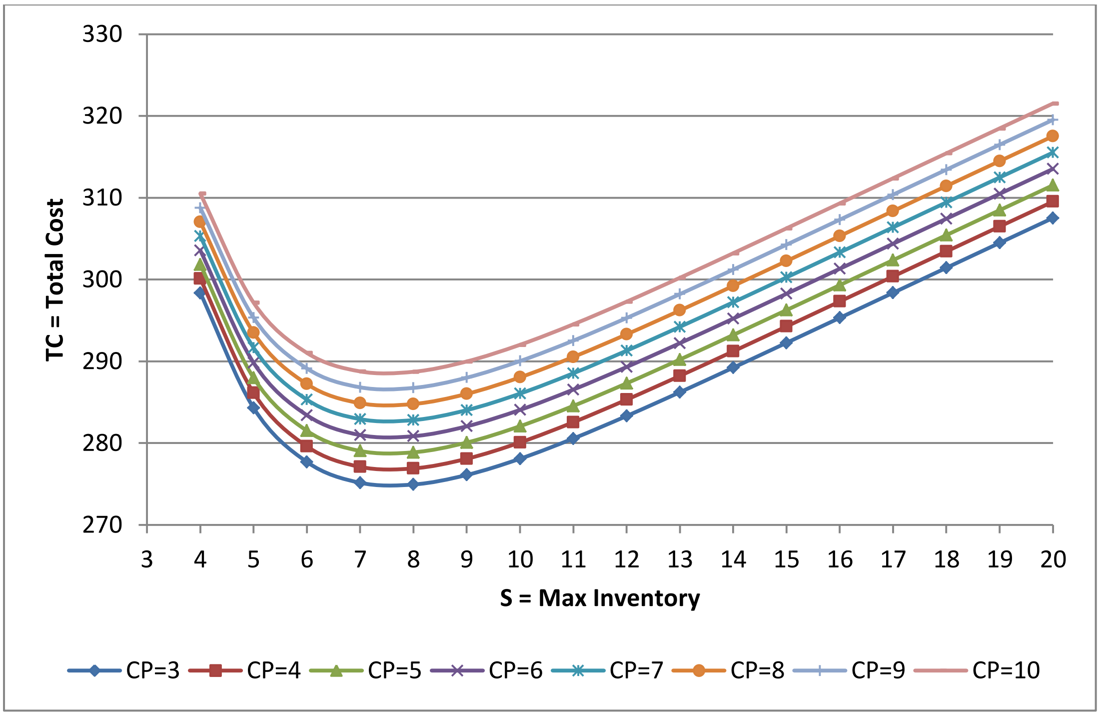
جدول ۲- پارامتر λ و هزینه های نگهداری، خرید،بهبود ثابت فرض شده اند و S از ۴ تا ۲۰ و هزینه های سفارش دهی از ۲۵ تا ۲۰۰ تغییر داده می شوند.

S \ K	25	50	75	100	125	150	175	200
4	104.3162	169.5761	234.836	300.0959	365.3558	430.6157	495.8756	561.1355
5	106.0934	166.1097	226.126	286.1422	346.1585	406.1748	466.1911	526.2073
6	109.3649	166.1111	222.8572	279.6034	336.3496	393.0957	449.8419	506.5881
7	113.2644	167.8754	222.4863	277.0972	331.7082	386.3191	440.93	495.5409
8	117.3716	170.5508	223.73	276.9091	330.0883	383.2675	436.4467	489.6258
9	121.4775	173.6813	225.885	278.0888	330.2926	382.4964	434.7002	486.904
10	125.4835	177.0163	228.5491	280.0819	331.6147	383.1476	434.6804	486.2132
11	129.351	180.4194	231.4878	282.5563	333.6247	384.6932	435.7616	486.83
12	133.0732	183.819	234.5648	285.3106	336.0564	386.8022	437.548	488.2938
13	136.6599	187.1809	237.702	288.2231	338.7441	389.2652	439.7863	490.3074
14	140.1275	190.4918	240.8561	291.2204	341.5847	391.949	442.3132	492.6775
15	143.495	193.7497	244.0045	294.2593	344.5141	394.7689	445.0237	495.2785
16	146.7804	196.9586	247.1368	297.3151	347.4933	397.6716	447.8498	498.0281
17	149.9999	200.1246	250.2493	300.3741	350.4988	400.6235	450.7482	500.873
18	153.1675	203.2547	253.342	303.4293	353.5166	403.6039	453.6912	503.7784
19	156.2945	206.3556	256.4166	306.4777	356.5388	406.5999	456.661	506.7221
20	159.3902	209.4329	259.4757	309.5185	359.5612	409.604	459.6467	509.6895



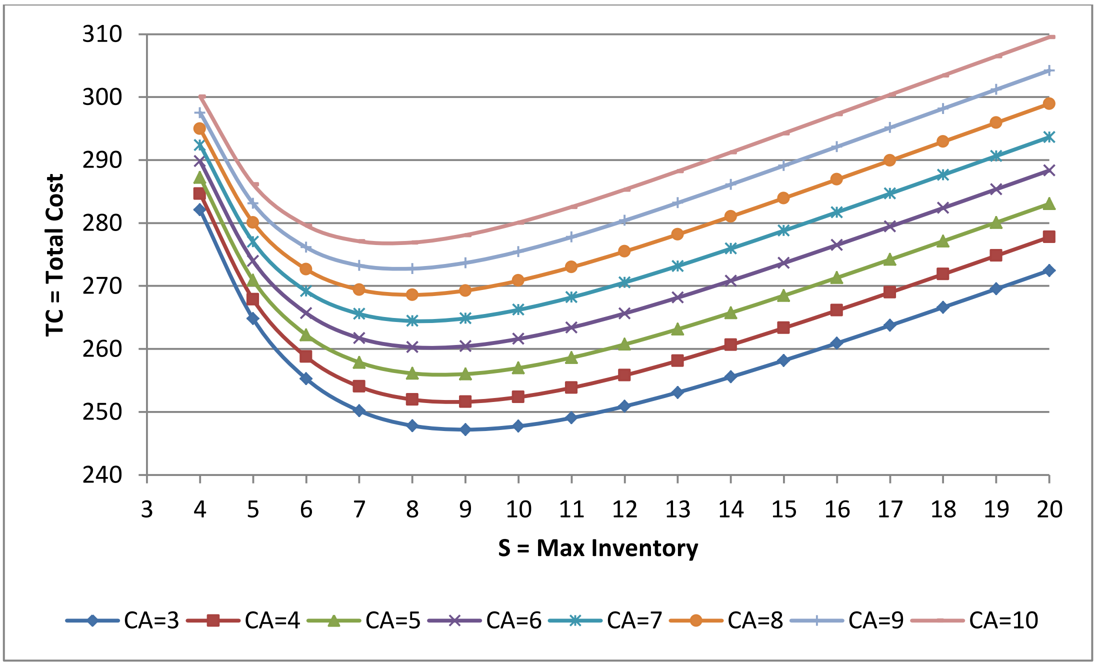
جدول ۳- پارامتر λ و هزینه های بهبود، نگهداری و سفارش دهی ثابت فرض شده اند و S از ۴ تا ۲۰ و هزینه خرید از ۳ تا ۱۰ تغییر داده می شوند.

S \ CP	3	4	5	6	7	8	9	10
4	298.3626	300.0959	301.8293	303.5626	305.2959	307.0293	308.7626	310.4959
5	284.3035	286.1422	287.981	289.8197	291.6584	293.4971	295.3358	297.1745
6	277.6986	279.6034	281.5082	283.4129	285.3177	287.2225	289.1272	291.032
7	275.1524	277.0972	279.0421	280.987	282.9319	284.8768	286.8216	288.7665
8	274.9405	276.9091	278.8778	280.8464	282.815	284.7837	286.7523	288.7209
9	276.1064	278.0888	280.0712	282.0536	284.036	286.0184	288.0008	289.9832
10	278.0917	280.0819	282.0722	284.0624	286.0526	288.0428	290.0331	292.0233
11	280.5617	282.5563	284.5509	286.5455	288.5402	290.5348	292.5294	294.524
12	283.3136	285.3106	287.3077	289.3048	291.3018	293.2989	295.296	297.2931
13	286.2247	288.2231	290.2215	292.2199	294.2183	296.2167	298.2151	300.2136
14	289.2212	291.2204	293.2195	295.2187	297.2178	299.217	301.2161	303.2152
15	292.2598	294.2593	296.2589	298.2584	300.2579	302.2575	304.257	306.2566
16	295.3153	297.3151	299.3148	301.3146	303.3144	305.3141	307.3139	309.3136
17	298.3742	300.3741	302.3739	304.3738	306.3737	308.3736	310.3734	312.3733
18	301.4294	303.4293	305.4292	307.4292	309.4291	311.429	313.429	315.4289
19	304.4778	306.4777	308.4777	310.4777	312.4776	314.4776	316.4775	318.4775
20	307.5185	309.5185	311.5184	313.5184	315.5184	317.5184	319.5184	321.5183



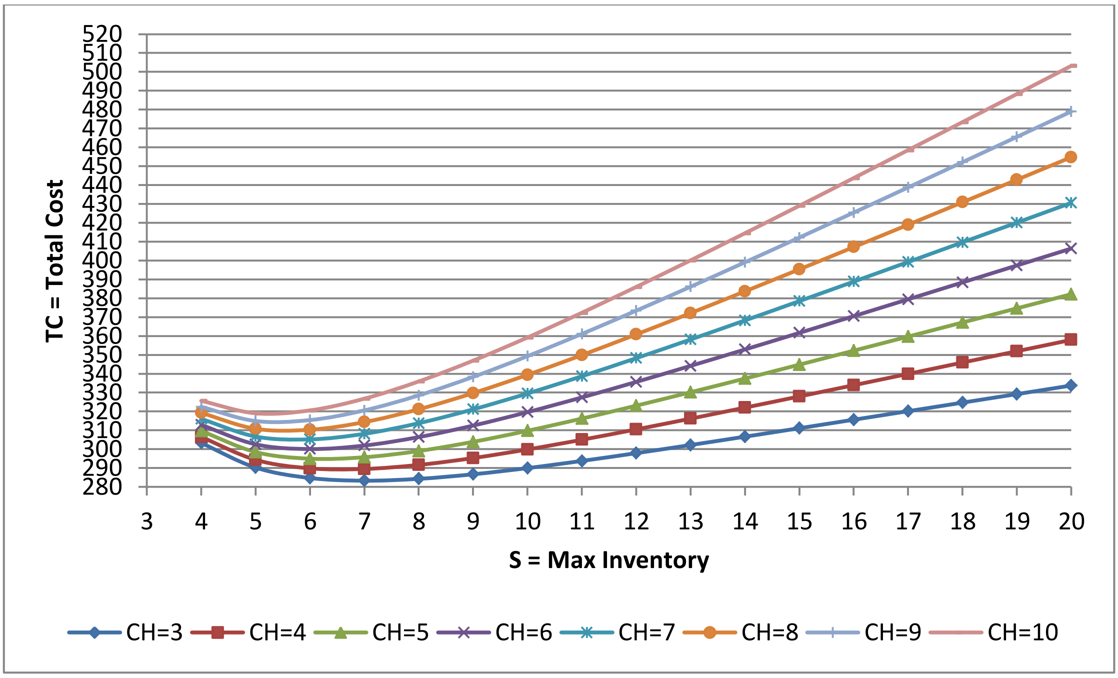
جدول ۴- پارامتر λ و هزینه های خرید، نگهداری و سفارش دهی ثابت فرض شده اند و S از ۴ تا ۲۰ و هزینه بهبود از ۳ تا ۱۰ تغییر داده می شوند.

S \ CA	3	4	5	6	7	8	9	10
4	282.08	284.6537	287.2274	289.8011	292.3748	294.9485	297.5222	300.0959
5	264.7925	267.8424	270.8924	273.9424	276.9923	280.0423	283.0923	286.1422
6	255.2703	258.7465	262.2226	265.6988	269.175	272.6511	276.1273	279.6034
7	250.1789	254.0244	257.8699	261.7154	265.5608	269.4063	273.2518	277.0972
8	247.8108	251.9677	256.1246	260.2815	264.4384	268.5953	272.7522	276.9091
9	247.1935	251.6071	256.0207	260.4344	264.848	269.2616	273.6752	278.0888
10	247.733	252.3543	256.9755	261.5968	266.2181	270.8394	275.4607	280.0819
11	249.0497	253.8363	258.623	263.4096	268.1963	272.983	277.7696	282.5563
12	250.894	255.8107	260.7273	265.644	270.5606	275.4773	280.394	285.3106
13	253.0989	258.1166	263.1344	268.1521	273.1698	278.1876	283.2053	288.2231
14	255.5511	260.6467	265.7423	270.8379	275.9335	281.0291	286.1248	291.2204
15	258.1734	263.3285	268.4836	273.6388	278.7939	283.949	289.1042	294.2593
16	260.9128	266.1131	271.3135	276.5138	281.7141	286.9144	292.1148	297.3151
17	263.7331	268.9675	274.2019	279.4364	284.6708	289.9052	295.1396	300.3741
18	266.609	271.8691	277.1291	282.3891	287.6492	292.9092	298.1693	303.4293
19	269.5235	274.8026	280.0818	285.361	290.6402	295.9194	301.1985	306.4777
20	272.4644	277.7579	283.0513	288.3447	293.6382	298.9316	304.225	309.5185



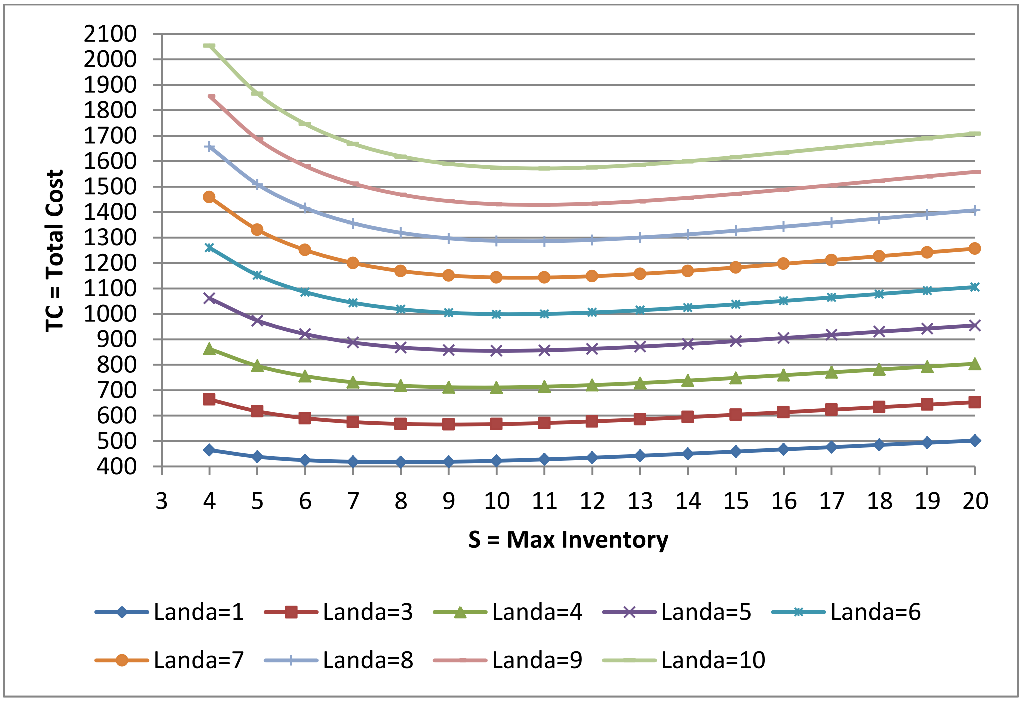
جدول ۵- پارامتر λ و هزینه های خرید، بهبود و سفارش دهی ثابت فرض شده اند و S از ۴ تا ۲۰ و هزینه نگهداری از ۳ تا ۱۰ تغییر داده می شوند.

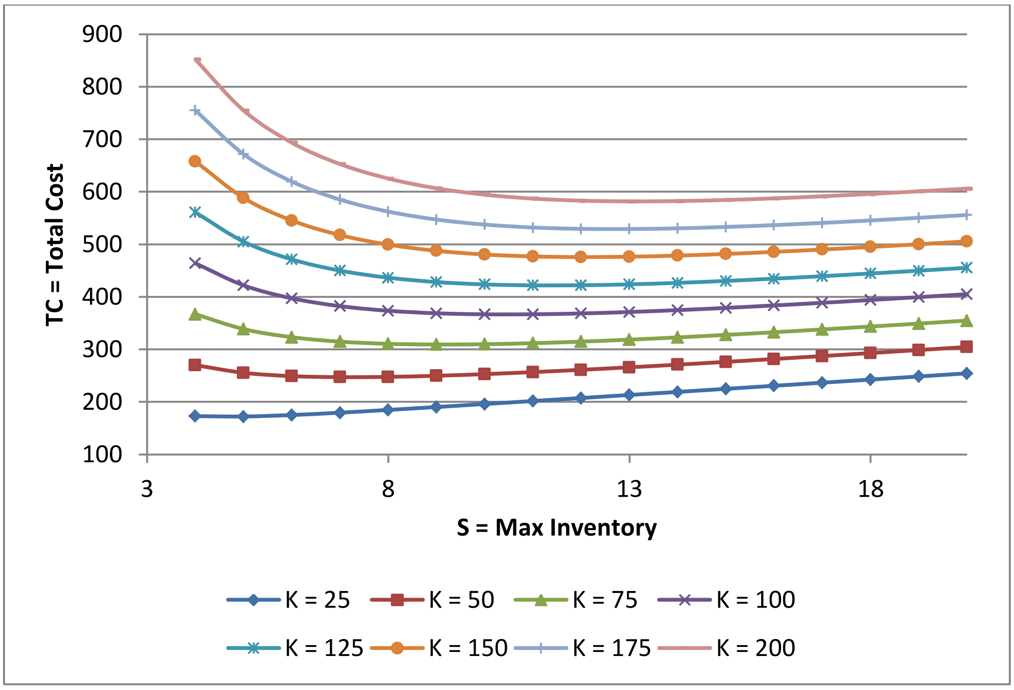
S \ CH	3	4	5	6	7	8	9	10
4	303.2889	306.4819	309.6748	312.8678	316.0607	319.2537	322.4467	325.6396
5	290.2536	294.3649	298.4762	302.5875	306.6989	310.8102	314.9215	319.0328
6	284.7225	289.8416	294.9607	300.0797	305.1988	310.3179	315.437	320.5561
7	283.3069	289.5165	295.7262	301.9358	308.1455	314.3551	320.5648	326.7744
8	284.2836	291.6581	299.0326	306.407	313.7815	321.156	328.5304	335.9049
9	286.6928	295.2968	303.9008	312.5048	321.1088	329.7128	338.3168	346.9208
10	289.9704	299.8589	309.7474	319.6359	329.5244	339.4129	349.3014	359.1899
11	293.775	304.9937	316.2124	327.4311	338.6499	349.8686	361.0873	372.306
12	297.8969	310.4832	323.0694	335.6557	348.242	360.8282	373.4145	386.0008
13	302.2069	316.1908	330.1746	344.1584	358.1423	372.1261	386.11	400.0938
14	306.6256	322.0309	337.4361	352.8413	368.2466	383.6518	399.057	414.4623
15	311.1046	327.95	344.7953	361.6406	378.4859	395.3312	412.1766	429.0219
16	315.615	333.9149	352.2148	370.5148	388.8147	407.1146	425.4145	443.7144
17	320.1398	339.9055	359.6712	379.4369	399.2026	418.9683	438.734	458.4997
18	324.6693	345.9094	367.1494	388.3894	409.6295	430.8695	452.1095	473.3495
19	329.1986	351.9194	374.6403	397.3611	420.082	442.8029	465.5237	488.2446
20	333.725	357.9316	382.1382	406.3448	430.5514	454.758	478.9646	503.1711

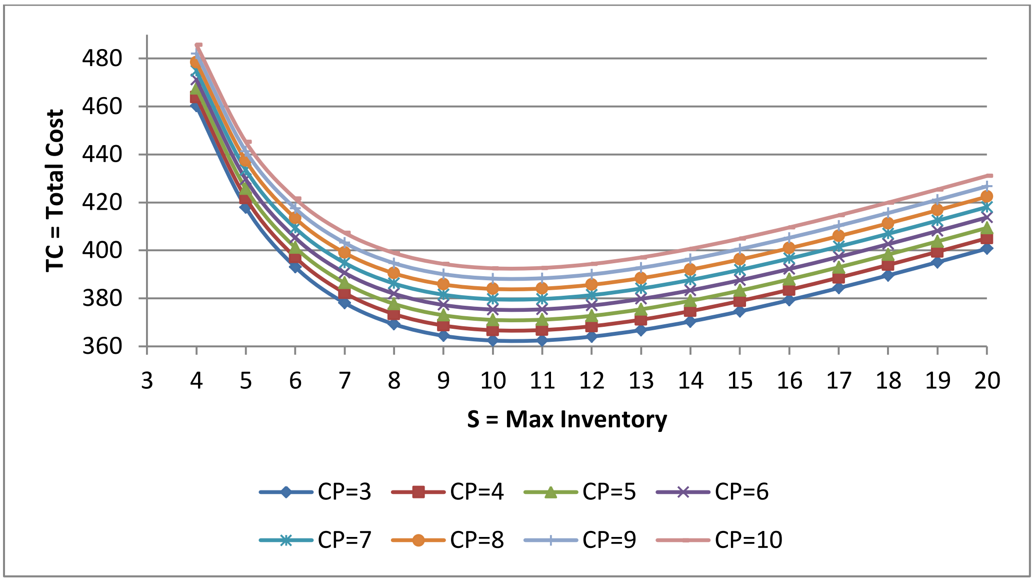


از روی نتایج مثال عددی هم مقعر بودن تابع هدف نشان داده می شود و هم نقاط بهینه هزینه قابل دریافت هستند.

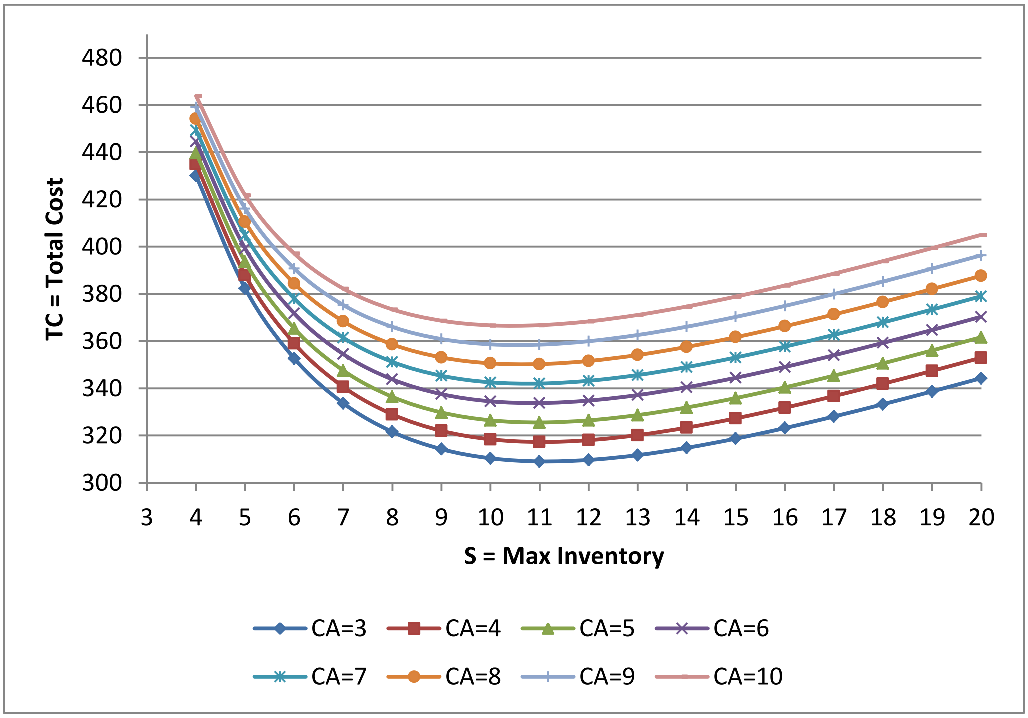
با افزایش تعداد فازها (حالت ها) بهبود برای کالا نتایج زیر را بدست می آوریم:



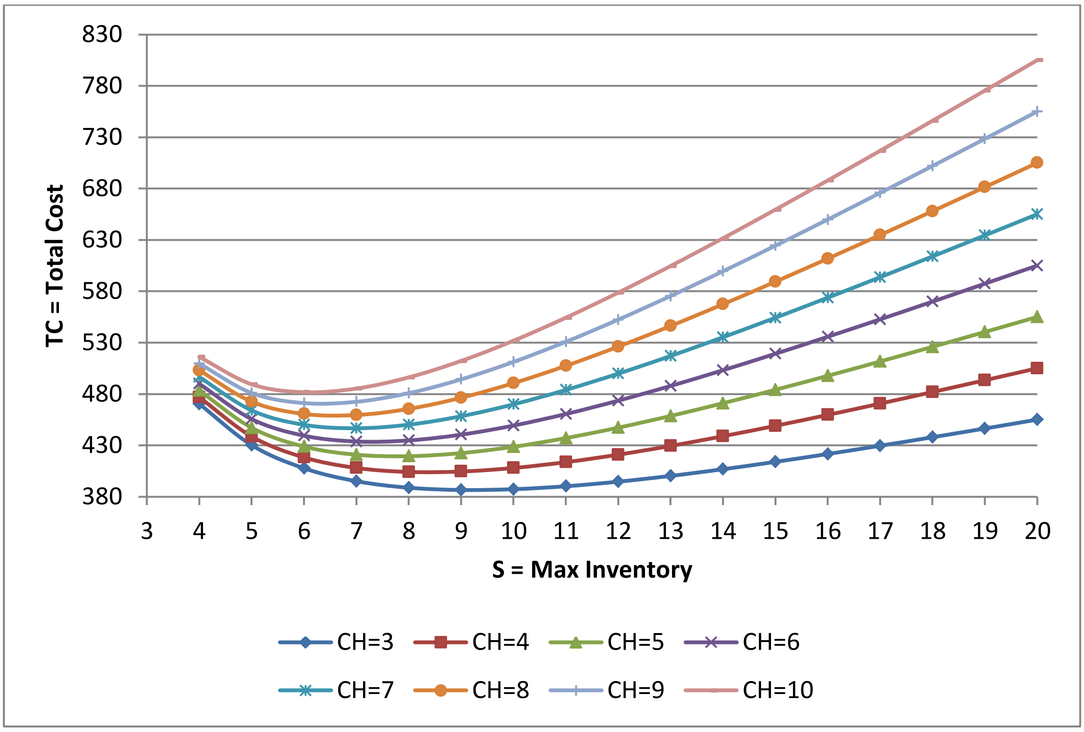




TC = Total Cost
480
460
440
420
400
380
360
3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20
S = Max Inventory
CP=3 CP=4 CP=5 CP=6
CP=7 CP=8 CP=9 CP=10



TC = Total Cost
480
460
440
420
400
380
360
340
320
300
3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20
S = Max Inventory
CA=3 CA=4 CA=5 CA=6
CA=7 CA=8 CA=9 CA=10



همان طور که از نتایج پیداست چنانچه بخواهیم مسئله را در سطح موجودی بیشتر بررسی کنیم لازم است تعداد حالات روند بهبود را افزایش دهیم. با افزایش تعداد حالات کم کم میتوانیم فرض کنیم تابع روند بهبود موجودی تبدیل به یک تابع پیوسته می شود.

فهرست منابع و مآخذ

Bibliography

Abad, P. (1996). Optimal Pricing and Lot Sizing under Conditions of Perishability and Prtial Backordering. *Management Science 42*, 1093-1104.

Andijani, A., & Al-Dajani, M. (1998). Analysis of Deteriorating Inventory/Production Systems Using a Linear Quadratic Regular. *European Journal of Operational Research 106*, 82-89.

Balkhi, Z. (1999). On The Global Optimal Solution to an Integrated Inventory System with General Time-Varying Demand, Production and Deterioration. *European Journal of Operational Research 114*, 29-37.

Barrer, D. (1957). Queueing with Impatient Customers and Ordered Service. *Opns. Res. 5*, 650-656.

Benkherouf, L. (1995). On an Inventory Model with Deteriorating Items and Decreasing Time-Varying Demand and Shortages. *European Journal of Operational Research 86*, 293-299.

Benkherouf, L., & Mahmoud, L. (1996). On an Inventory Model for Deteriorating Items with Increasing Time-Varying Demand and Shortages. *Journal of the Operational Research Society 47*, 188-200.

Benkherouf, L., & Mahmoud, M. (1992). *On an Inventory Model with Deterioration and Increasing Time-Varying Demand and Shortages.* College of Science, King Saud University.

Brodheim, E., Derman, C., & Prastaccos, G. (1976). On the Evaluation of a Class of Inventory Policies for Perishable Products Such as Whole Blood. *Mgmt Sci. 21*, 1320-1325.

Broekmeulen, R., & Van Donselaar, K. (2009). A Heuristic to Manage Perishable Inventory with Batch Ordering, Positive Lead-Times, and Time-Varying Demand. *Computers & Operations Research 36(11)*, 3013-3018.

Bulinskaya, E. (1964). Some Results Concerning Optimum Inventory Policies. *Theory Probabilities Appl*, 389-403.

Bulki, Z. (1999). On The Global Optimal Solution to an Integrated Inventory System with General Time-Varying Demand, Production and Deterioration. *European Journal of Operational Research 114*, 29-37.

Chang, H., & Dye, C. (2001). An Inventory Model for Deteriorating Items with Partial Backlogging and Permissible Delay in Payments. *International Journal of Systems Science 32 (3)*, 345-352.

Chauhan, A., & Singh, A. (2010). Ameliorating Inventory Model with Weibull Deteriorating Under the Effect of Inflation and Partial Backlogging. *International Journal of Operations Research and Optimization 1(1)*, 203-220.

Chern, M., Ynag, H., Teng, J., & Papachristos, S. (2008). Partial Backlogging Inventory Lot-Size Models for Deteriorating Items with Fluctuating Demand under Inflation. *European Journal of Operational Research 191 (1)*, 127-141.

Chu, P., & Chen, P. (2002). A Note on Inventory Replenishment Policies for Deteriorating Items in an Exponentially Declining Market. *Computers & Operations Research 29(13)*, 1827-1842.

Chun, Y. (2003). Optimal Pricing and Ordering Policies for Perishable Commodities. *European Journal of Operational Research 144(1)*, 68-82.

Chung, K., & Lin, C. (2001). Optimal Inventory Replenishment Models for Deteriorating Items Taking Account of Time Discounting. *Computers and Operating Research 28*, 67-83.

Chung, K., & Ting, P. (1993). A Heuristic for Replenishment of Deteriorating Items with a Linear Trend in Demand. *Journal of Operational Research Society 44*, 1235-1241.

Chung, K., & Tsai, S. (2001). Inventory Systems for Deteriorating Items with Shortages and a Linear Trend in Demand-Taking Account of Time Value. *Computers & Operations Research 28(9)*, 915-934.

Civazlian, B. (1974). A Continuous Review (s, S) Inventory System with Arbitrary Interarrival Distribution between Unit Demand. *Opns. Res. 22*, 65-71.

Cobbaert, K., & Oudheusden, D. (1996). Inventory Models for Fast Moving Spare Parts Subject to "Sudden Death" Obsolescence. *International Journal of Production Economics*, 239-248.

Cohen, M. (1976). Analysis of Single Critical Number Order Policies in Perishable Inventory Theory. *Opns. Res. 24*, 726-741.

Cohen, M. (1977). Joint Pricing and Ordering Policy for Exponentially Decaying Inventory with Known Demand. *Naval Res. Logist. Quart. 24*, 257-268.

Cohen, M., & Pekelman, D. (1978). *Optimal Inventory Ordering Policy with Tax Payments under FIFO and LIFO Accounting Systems.* The University of Pennsylvania.

Cohen, M., & Pekelman, D. (1978a). LIFO Inventory Systems. *Mgmt Sci. 24*, 1150-1162.

Cohen, M., & Prastacos, G. (1978). *Critical Number Order Policies for LIFO Perfahable Inventory Systems.* University of Pennsylvania.

Covert, R., & Phillip, G. (1973). An EOQ Model for Items with Weibull Distribution Deterioration. *AIIE Trans. 5*, 323-326.

Datta, T., & Pal, A. (1990). Deterministic Inventory System for Deteriorating Items with Inventory Level-Dependent Demand Rate and Shortages. *Opsearch 27*, 213-224.

Dave, U. (1991). On Probabilistic Scheduling Period Inventory System for Deteriorating Items with Instantaneus Demand. *Optimization 22(3)*, 467-473.

Derman, C., & Klein, M. (1958). Inventory Depletion Management. *Managemet Science*, 450-456.

Dey, J., Mondal, S., & Maiti, M. (2008). Two Storage Inventory Problem with Dynamic Demand and Interval Valued Lead-Time over Finite Time Horizon under Inflation and Time-Value of Money. *European Journal of Operational Research 185(1)*, 170-194.

Duermeyer, B. (1979). A Multi-type Production System foi Perishable Inventories. *Opns. Res. 27*, 935-943.

Duermeyer, B. (1980). A Single Period Model for a Multi-product Perishable Inventory System with Economic Substitution. *Naval Res. Logist. Quart. 27*, 177-186.

Emmons, H. (1968). *The Optimal Use of Radioactive Pharmaceuticals in Medical Diagnosis.* The Johns Hopkins University.

Ferguson, C., & Koenigsberg, O. (2009). How Should a Firm Manage Deteriorating Inventory? *Production and Operations Management 16 (3)*, 306-321.

Finch, P. (1960). Deterministic Customer Impatience in the Queueing System GI/M/l. *Biometrika 47*, 45-52.

Friedman, Y., & Hoch, Y. (1978). A Dynamic Lot-size Model with Inventory Deterioration. *INFOR 16*, 183-188.

Fries, B. (1975). Optimal Order Policy for a Perishable Commodity with Fixed Lifetime. *Opns. Res. 23*, 46-61.

Gavish, B., & Schweitzer, P. (1977). The Markovian Queue with Bounded Waiting Time. *Mgmt. Sci. 23*, 1349-1357.

Ghare, P., & Schrader, G. (1963). A Model for Exponentially Decaying Inventories. *Journal of Industrial Engineering. 15*, 238-243.

Giri, B., & Chaudhuri, K. (1998). Deterministic Models of Perishable Inventory with Stock Dependent Demand Rate and Nonlinear Holding Cost. *European Journal of Operational Research 105*, 467-474.

Giri, B., & Chaudhuri, K. (1999). Heuristic Models for Deteriorating Items with Shortages and Time Varying Demand and Costs. *International Journal of Systems Science 28(2)*, 153-159.

Giri, B., Goswami, A., & Chaudhuri, K. (1996). An Inventory Model for Deteriorating Items with Stock-Dependent Demand Rate. *European Journal of Operational Research 95*, 604-610.

Giri, B., Jalan, A., & Chaudhuri, K. (2003). Economic Order Quantity Model with Weibull Deterioration Distribution, Shortage and Ramp-type demand. *International Journal of Systems Science 34(4)*, 237-243.

Gnedenko, B., & Kovalenko, R. (1968). *Introduction to Queueing Theory.*

Goswami, A., & Chaudhuri, K. (1991). An EOQ Model for Deteriorating Items with Shortages and a linear Trend In Demands. *Journal of Operation Research Society 42*, 1105-1110.

Goyal, S., & Giri, B. (2001). Recent Trends in Modeling of Deteriorating Inventory. *European Journal of Operational Research 134*, 1-16.

Goyal, S., & Gunasekaran, A. (1995). An Integrated Production Inventory-Marketing Model for Deteriorating Items. *Computers and Industrial Engineering 28*, 755-762.

Gupta, Y., Sundararghavan, P., & Ahmed, M. (2003). Ordering Policies for Items with Seasonal Demand. *International Journal of Physical Distribution & Logistics Management 33(6)*, 500-518.

Gurler, U., & Uksel Ozkaya, B. (2003). A Nnote on "Continuous Review Perishable Inventory Systems: Models and Heuristics". *IIE Transactions 35(3)*, 321-323.

Haiping, U., & Wang, H. (1990). an economic ordering policy model for deteriorating items with time proportional demand. *European Journal of Operation Research 46*, 21-27.

Hariga, M., & Benkherouf, L. (1994). Optimal and Heuristic Replenishment Models for Deteriorating Items with Exponential Time Varying Demand. *European Journal of Operational Research 79*, 123-137.

Heung, S. (1997). A Study on an Inventory Model for Items with Weibull Ameliorating. *Computers Industrial Engineering 33*, 701-704.

Heung, S. (1999). Inventory Models for Both Deteriorating and Ameliorating Items. *Computer& Industrial Engineering 37*, 257-260.

Hollier, R., & Mak, K. (1983). Inventory Replenishment Policies for Deteriorating Items in a Declining Market. *International Journal of Production Research (21)(7)*, 813-826.

Hsu, P., Wee, H., & Teng, H. (2007). Optimal Ordering Decision for Deteriorating Items with Expiration Date and Uncertain Lead Time. *Computers & Industrial Engineering 52*, 448–458.

Hwang, H. (2004). A Stochastic Set-Covering Location Model for Both Ameliorating and Deteriorating Items. *Computers & Industrial Engineering 46 (2)*, 313-319.

Jain, K., & SilverE. A. (1994). Lot Sizing for a Product Subject to Obsolecsence or Perishability. *uropean Jurnal of Operational Research 75*, 287-295.

Jain, K., & SilverE. A. (1994). Lot Sizing for a Product Subject to Obsolescence or Perishability. *uropean Jurnal of Operational Research 75*, 287-295.

Kalpakam, S., & Arivarignan, G. (1988). A continuous review perishable inventory model. *Statistics*, 389-398.

Kalpakam, S., & Sapna, K. (1994). Continuous review (s, S) inventory system with random lifetimes and positive leadtimes. *Operation research letters 16*, 115-119.

Kalpakam, S., & Sapna, K. (1995). (s-1, S) Perishable Systems with Stochastic Leadtimes. *Mathematical and Computer Modeling 21*, 95-104.

Kalpakam, S., & Sapna, K. (1996). A Lost Sale (s-a, S) Perishable Inventory System with Renewable Demand. *Naval Research Logistics 43*, 129-142.

Kalpakam, S., & Sapna, S. (1996). An (s, S) Perishable System with Arbitrary Distributed Lead Times. *Opsearch 33*, 1-19.

Kim, J., Hwang, H., & Shinn, S. (1995). An Optimal Credit Policy to Increase Supplier's Profit with Price-Dependent Demand Functions. *Production Planning and Control 6*, 45-50.

Konstantaras, I., & Skouri, K. (2011). A Note on a Production-Inventory Model under Stock-Dependent Demand, Weibull Distribution Deterioration, and Shortage. *International Transactions in Operational Research 18 (4)*, 527–531.

Krishnamoorthy, A., & Varghese, T. (1995). Inventory with Disaster. *Optimization 35*, 85-93.

Lian, Z., & Liu, L. (2001). Continuous Review Perishable Inventory Systems: Models and Heuristics. *IIE Transactions 33(9)*, 809-822.

Lian, Z., & Liu, L. (2005). A Discrete-Time Model for Common Lifetime Inventory Systems. *Mathematics of Operations Research 30 (3)*, 718-732.

Lian, Z., Liu, X., & Zhao, N. (2009). A perishable inventory model with Markovian renewal demand. *Int. J. Production Economics*, 176-182.

Liu, L. (1990). (s, S) Continuous review models for inventory with random lifetime. *Operation Research letters 9*, 161-167.

Liu, L., & Cheung, K. (1997). Service Constrained Inventory Models with Random Lifetimes and Lead Times. *Journal of Operational Research Society 48*, 1022-1028.

Liu, L., & Lian, Z. (1999). (s, S) Continuous Review Models for Inventory with Fixed Lifetimes. *Operations Research 47*, 150-158.

Liu, L., & Lian, Z. (1999). (s, S) Continuous Review Models for Inventory with Fixed Lifetimes. *Operations Research 47*, 150-158.

Liu, L., & Shi, D. (1999). An (s, S) model for inventory with exponential lifetime and renewal demands. *Naval research Logistics 46*, 39-56.

Liu, L., & Yang, T. (1999). An (s, S) random lifetima inventory model with a positive leadtime. *European Journal of Operational Research 113*, 52-63.

Mandal, B., Bhunia, A., & Maiti, M. (2005). Inventory Partial Selling Quantity Model of Ameliorating Items with Linear Price Dependent Demand. *AMO - Advanced Modeling and Optimization 7(1)*, 145-154.

Mondal, B., Bhunia, A., & Maiti, M. (2003). An Inventory System of Ameliorating Items for Price Dependent Demand Rate. *Computers & Industrial Engineering 45*, 443–456.

Mondal, B., Bhunia, A., & Maiti, M. (2005). Inventory Partial Selling Quantity Model of Ameliorating Items with Linear Price Dependent Demand. *AMO - Advanced Modeling and Optimization 7(1)*, 145-154.

Moon, I. (2005). Economic Order Quantity Models for Ameliorating/Deteriorating. *European Journal of Operational Research 162 (3)*, 773-785.

Mukhopadhyay, S., & Mukherjee, R. (2004). Joint Pricing and Ordering Policy for a Deteriorating Inventory. *Computers & Industrial Engineering 47(4)*, 339-349.

Mukhopadhyay, S., & Mukherjee, R. (2005). An EOQ Model with Two-Parameter Weibull Distribution Deterioration and Price-Dependent Demand. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology 36(1)*, 25-33.

Naddor, E. (1966). *Inventory Systems.* New York: John Wiley & Sons.

Nahmias, S. (1975). Optimal Ordering Policies for Perishable Inventory—II. *Opns. Res. 23*, 735-749.

Nahmias, S. (1976). A Comparison of Alternative Approximations for Ordering Perishable Inventory. *INPOR 13*, 175-184.

Nahmias, S. (1977a). On Ordering Perishable Inventory When Both the Demand and Lifetime Are Random. *Mgmt Sci 24*, 82-90.

Nahmias, S. (1977b). On Ordering Perishable Inventory When Both the Demand and Lifetime Are Random. *Mgmt Sci 24*, 82-90.

Nahmias, S. (1978). The Fixed Charge Perishable Inventory Problem. *Opns. Res. 26*, 464-481.

Nahmias, S. (1978). The Fixed Charge Perishable Inventory Problem. *Opns. Res.26*, 464-481.

Nahmias, S. (1982). Perishable Inventory Theory: A Review. *Opns. Res. 30(4)*, 680-708.

Nahmias, S., & Pierskalla, W. (1973). Optimal Ordering Policies for a Product That Perishes in Two Periods Subject to Stochastic Demand. *Naval Research Logist Quart 20*, 207-229.

Nahmias, S., & Pierskalla, W. (1976). A Two Product Perishable/Non Perishable Inventory Problem. *SIAM J. Appl. Math. 30*, 483-500.

Nahmias, S., & Wang, S. (1978). Approximating Partial Inverse Moments for Certain Normal Variates with an Application to Decaying Inventories. *Naval Res. Logist Quart 25*, 405-414.

Nahmias, S., & Wang, S. (1978). Approximating Partial Inverse Moments forCertain Normal Variates with an Application to Decaying Inventories. *Naval Res. Logist Quart 25*, 405-414.

Nandakomar, P., & Morton, T. (1993). Near Myopic Heuristic for the Fixed Life Perishability Problem. *Management Science 39*, 1490-1498.

Olsson, F., & Tydesjo, P. (2010). Inventory Problems with Perishable Items: Fixed Lifetimes and Backlogging. *European Journal of Operational Research 202(1)*, 131-137.

Ouyang, L., Wu, K., & Yang, C. (2006). A Study on an Inventory Model for Non-Instantaneous Deteriorating Items with Permissible Delay in Payments. *Computers & Industrial Engineering 51(4)*, 637-651.

Padmanabhan, P., & Vrat, P. (1995). EOQ Models for Perishable Items under Stock-Dependent Selling Rate. *European Journal of Operational Research 86*, 281-292.

Pal, M. (1990). An Inventory Model for Deteriorating Items when Demand is Random. *Calcutta Statistical Assiciation Bulletin 39*, 201-207.

Ramanathan, R. (2006). Stocking and Discounting Decisions for Perishable Commodities Using Expected Profit Approach. *International Journal of Retail & Distribution Management 34(2)*, 172-184.

Ravichandram, N. (1995). Stochastic Analysis of a Continuous Review Perishable Inventory System with Positive Lead Time and Poisson Demand. *European Journal of Operational Research 84*, 444-457.

Roy, T., & Chaudhuri, K. (2009). Production-Inventory Model under Stock-Dependent Demand, Weibull Distribution Deterioration and Shortage. *International Transactions in Operational Research 16 (3)*, 325-346.

Shah, Y. (1977). An Order Level Lot-size Inventory Model for Deteriorating Items. *AIIE Trans. 9*, 190-197.

Shah, Y., & Jaiswal, M. (1977). An Order Level Inventory Model for a System with Constant Rate of Deterioration. *Opsearch 14*, 174-184.

Singh, S., Kumar, T., & Gupta, C. (2011). Optimal Replenishment Policy for Ameliorating Item with Shortages under Inflation and Time Value of Money using Genetic Algorithm. *International Journal of Computer Applications 27(1)*.

Tadikamalla, P. (1978). An EOQ Model for Items with Gamma Distributed Deterioration. *AIIE Trans. 10*, 100-103.

Teng, J., Chern, M., Yang, H., & Wang, Y. (1999). Deterministic Lot Size Inventory Models with Shortages and Deterioration for Fluctuating Demand. *Operations Research Letters 24*, 65-72.

Van Beek, P., Bremer, A., & Van Putter, C. (1985). Design and Optimization of Multi-echelon Assembly Networks: Saving and Potentialities. *European Journal of Operational Research*, 57-67.

Van Zyl, G. (1964). *Inventory Control for Perishable Commodities.* University of North Carolina.

Veinott, A. (1960). *Optimal Ordering, Issuing and Disposal of Inventory with Known Demand.* Columbia University.

Veinott, A. (1960). *Optimal Ordering, Issuing and Disposal of Inventory with Known Demand.* Columbia University.

Veinott, A. (1965). Optimal Policy for a Multi-product, Dynamic, Nonstationary Inventory Problem. *Mgmt. Sci. 12*, 206-222.

Wagner, H., & Within, T. (1958). Dynamic Version ofthe Economic Lot Size Model. *Mgmt Sci 5*, 89-96.

Wang, S. (2002). An Inventory Replenishment Policy for Deteriorating Items with Shortages and Partial Backlogging. *Computers & Operations Research 29(14)*, 2043-2051.

Wee, H. (1995). A Deterministic Lot Size Inventory Model for Deteriorating Items with Shortages and Declining Market. *Computers & Operations Research 22(3)*, 345-356.

Weiss, H. (1980). Optimal Ordering Policies for Continuous Review Perishable Inventory Models. *Opns. Res. 28*, 365-374.

Whitin, T. (1957). *Theory of Inventory Management.* Princeton, NJ: Princeton University Press.

Xu, H., & Wang, H. (1991). An Economic Ordering Policy Model for Deteriorating Items with Time Proportional Demand. *European Journal of Operational Research 24*, 21-27.

Yadavalli, V., van Schoor, C., Strasheim, J., & Udayabaskaran, S. (2004). A Single Product Perishing Inventory Model with Demand Interaction. *Orion 20(2)*, 109-124.

Yang, G., Lin, R., Lin, J., Hung, K., Chu, P., & Chouhuang, W. (2011). Note on Inventory Models with Weibull Distribution Deterioration. *Production Planning & Control: The Management of Operations 22(4)*, 437-444.

Zanoni, S., & Zavanella, L. (2007). Single-vendor single-buyer with integrated transport-inventory system: Models and heuristics in the case of perishable goods. *Computers & Industrial Engineering 52(1)*, 107-123.

Zhou, Y., & Yang, S. (2003). An Optimal Replenishment Policy for Items with Inventory-Level-Dependent Demand and Fixed Lifetime under the LIFO Policy. *Journal of the Operational Research Society 54(6)*, 585-593.

ابراهیمی ,س .(1391). *برنامه ریزی و کنترل تولید و موجودی ها*. تهران :فدک ایساتیس.

حاج شیر محمدی ,ع .(1388) .*اصول برنامه ریزی و کنترل تولید و موجودی ها* .اصفهان :ارکان دانش.

رزمی ,ج & ,.لطفی ,م .(1390) .*اصول برنامه ریزی تولید و کنترل موجودی ها* .تهران :انتشارات دانشگاه تهران.